Applications à la mesure sans contact et aux CND optiques

PASCAL PICART

Table des matières

Table des matières *3*

I - Cours *5*

A. Préambule *6*
1. Notion de vecteur sensibilité *6*
2. Interférences et sensibilité *8*
3. Bases de l'interférométrie holographique *9*

B. Interférométrie holographique analogique par double exposition *9*
1. Aspect théorique *10*
2. Limites du procédé *11*
3. Dispositif expérimental *12*
4. Applications *12*
5. Illustration *12*

C. Interférométrie holographique analogique en temps réel *13*
1. Aspect théorique *13*
2. Limites du procédé *23*
3. Dispositif expérimental *23*
4. Applications *24*
5. Illustration *24*
6. Cas particulier d'un objet en vibration harmonique *24*

D. Interférométrie holographique analogique en temps moyenné *34*
1. Aspect théorique *34*
2. Limites du procédé *47*
3. Dispositif expérimental *48*
4. Applications *48*
5. Illustration *48*

E. Interférométrie holographique double faisceau de référence *49*
1. Aspect théorique *50*
2. Limites du procédé *62*
3. Dispositif expérimental *62*
4. Applications *64*
5. Illustration *64*

F. Interférométrie holographique numérique en temps moyenné *65*
1. Aspect théorique *65*
2. Limites du procédé *74*
3. Dispositif expérimental *74*
4. Applications *74*
5. Illustration *74*
6. Comparaison numérique/analogique *76*

G. Vibrométrie holographique numérique....77
1. Aspect théorique....77
2. Limites du procédé....98
3. Dispositif expérimental....98
4. Applications....99
5. Illustration....99

II - Etude de cas et exercices ***103***

A. Préliminaires....103

B. Exercice auto correctif....104

Solution des exercices de TD ***107***

Bibliographie ***119***

Cours

I

Préambule	6
Interférométrie holographique analogique par double exposition	9
Interférométrie holographique analogique en temps réel	13
Interférométrie holographique analogique en temps moyenné	34
Interférométrie holographique double faisceau de référence	49
Interférométrie holographique numérique en temps moyenné	65
Vibrométrie holographique numérique	77

Le cours sur les méthodes d'enregistrement et de reconstruction d'un objet codé par holographie a montré que toute l'information sur l'objet est contenue lors de la reconstruction. Ainsi, il devient naturel de tenter de faire interférer un objet holographique avec son contemporain subissant des déformations. Classiquement les interférences entre deux ondes exhibent des franges qui sont essentiellement dues à la modulation en cosinus. Cette modulation est directement liée à la différence des phases optiques des ondes qui interfèrent. Si une onde objet interfère avec l'onde holographique de cet objet, les interférences entre les deux fronts d'ondes montreront les variations de phase optique entre le contemporain et sa référence. Il apparaît possible d'étudier par cette méthode des structures soumises à des sollicitations pneumatiques, thermiques, mécaniques, en régime statique, stationnaire ou transitoire. L'holographie permet une évaluation globale à la fois qualitative, par la simple visualisation des franges codant la déformation et quantitative par le dépouillement de ces franges.

Sur la base de ce principe d'interférences entre objet et hologramme, on constate que tout ce qui se déforme dans la nature est à priori susceptible d'être analysé par interférométrie holographique : de la déformation d'un tympan sous l'effet d'un bang à la déformation des éléments d'un moteur en fonctionnement en passant par les variations de densité de l'air autour d'un profil d'aile d'avion ou les vibrations d'une anche de clarinette en condition de jeu [[1]].

Après 30 années de recherches en laboratoire, l'interférométrie holographique est aujourd'hui utilisée de façon routinière dans certains secteurs de l'industrie : analyse modale pour l'automobile et l'aéronautique, mesure de déformations et validation de codes de calculs en mécanique des solides, contrôle non destructif pour les grandes structures aéronautiques telles que certains éléments de la fusée Ariane ou les missiles balistiques de la force nucléaire, étude de phénomènes dynamique en mécanique vibratoire, etc... [[2]] C'est une technique versatile, tant de visualisation qualitative pour le CND par exemple que de mesure quantitative pour le recalage de modèles.

Ce cours présente le principe de base de l'interférométrie holographie « analogique » et « numérique » puis il sera décrit des techniques de mesure sans contact et de contrôle non destructif basé sur son principe.

A. Préambule

1. Notion de vecteur sensibilité

Comme il vient d'être évoqué dans l'introduction, les mesures sans contact à base de méthodes holographiques reposent sur la variation de phase optique de l'objet reconstruit lorsqu'il est soumis à une sollicitation. Cette sollicitation peut être de différente nature : **pneumatique**, **thermique**, **acoustique** ou **mécanique.**

L'objet soumis à contrainte se déforme, ainsi le chemin optique suivi par la lumière pour parcourir le trajet source-objet-détecteur varie. Imaginons un point A au niveau de la source de lumière et un point B attaché à l'objet. Classiquement le chemin optique sur un trajet du point A au point B est défini par l'intégrale curviligne suivante :

$$(AB)=\int_A^B n\, ds$$

où n est l'indice du milieu de propagation.

La figure 1 illustre les trajets possibles pour le chemin optique.

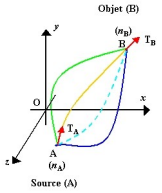


Figure 1 : Trajet optique

Si on déforme légèrement la courbe symbolisant le trajet, l'intégrale (AB) subit une variation δ(AB) qui est généralement de même ordre d'infinitude que les paramètres définissant la déformation. On peut toutefois trouver des courbes pour lesquelles δ(AB) est un infiniment petit d'ordre supérieur. Quelles que soit la déformation du trajet, l'intégrale (AB) est alors stationnaire et on dit que la courbe est une extrémale de l'intégrale (AB) . Dans ce milieu, les courbes extrémales qui seront effectivement suivies par la lumière obéissent au principe de Fermat : on peut montrer que le chemin suivit est tel que la variation de chemin optique est minimale, soit [[3]] :

$$\delta(AB)=n_B\mathbf{T_B}.\boldsymbol{\delta}_\mathbf{B}-n_A\mathbf{T_A}.\boldsymbol{\delta}_\mathbf{A}+\int_A^B \boldsymbol{\delta}\mathbf{M}.\left(\mathbf{grad}(n)-\mathbf{T}\frac{dn}{ds}-n\frac{d\mathbf{T}}{ds}\right)ds$$

avec : n_A, n_B, T_A, T_B, $\boldsymbol{\delta}_\mathbf{A}$, $\boldsymbol{\delta}_\mathbf{B}$ respectivement indices, tangentes à la trajectoire et accroissements aux points A et B de la trajectoire (AB). Dans le cas où l'objet ne se déforme pas, les courbes passent constamment par les points A et B de sorte que les déplacements $\boldsymbol{\delta}_\mathbf{A}$ et $\boldsymbol{\delta}_\mathbf{B}$ sont toujours nuls. Pour que cette expression soit également nulle quelque soit le déplacement arbitraire $\boldsymbol{\delta}\mathbf{M}$ imprimé à chaque point de la courbe, il est évidemment nécessaire de satisfaire à la relation

$$\mathbf{grad}(n)=\mathbf{T}\frac{dn}{ds}+n\frac{d\mathbf{T}}{ds}$$

Ce qui fixe la condition d'extrémale du chemin optique (AB).

Considérons l'objet dans le contexte d'une expérience d'holographie : la lumière est issue de la source, rencontre l'objet puis est rétro diffusée vers le détecteur placé en C (figure 2).

Lorsque l'objet est déformé légèrement par une sollicitation, le point B attaché à l'objet varie suivant un

accroissement tridimensionnel $\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}$ qui engendre des variations de chemin optique de A vers B et de B vers C. Ces variations sont très inférieures aux valeurs absolues de ces chemins et ont des modules de l'ordre de quelques dizaines ou centaines de longueur d'onde de la lumière utilisée pour l'éclairage. La variation de chemin optique est donc

$$\delta(ABC)=\delta(AB)+\delta(BC)$$

avec

$$\delta(AB)=n_B\mathbf{T}_{\mathbf{B}}.\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}-n_A\mathbf{T}_{\mathbf{A}}.\mathbf{0}$$

$$\delta(BC)=n_C\mathbf{T}_{\mathbf{C}}.\mathbf{0}-n_B\mathbf{T}'_{\mathbf{B}}.\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}$$

Il vient ainsi

$$\delta(ABC)=n_B\mathbf{T}_{\mathbf{B}}\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}-n_B\mathbf{T}'_{\mathbf{B}}\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}=n_B\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}.\left(\mathbf{T}_{\mathbf{B}}-\mathbf{T}'_{\mathbf{B}}\right)$$

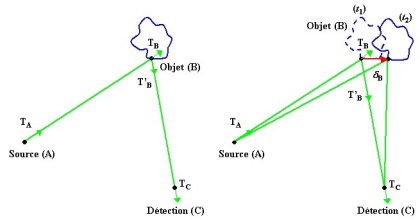


Figure 2 : Variation de chemin source-objet-détection

Notons maintenant $\mathbf{U}=\boldsymbol{\delta}_{\mathbf{B}}$ le vecteur déplacement de l'objet, engendré par la sollicitation, notons également $\mathbf{K}_{\mathbf{e}}=\mathbf{T}_{\mathbf{B}}$ le vecteur « éclairage » de l'objet, $\mathbf{K}_{\mathbf{o}}=\mathbf{T}'_{\mathbf{B}}$ le vecteur « observation » de l'objet et n l'indice au niveau de l'objet [*[2]*].

Le vecteur observation est lié à la direction d'observation depuis l'objet vers le support d'enregistrement. Le vecteur éclairement est représentatif de la direction d'illumination de l'objet étudié.

Posons :

$$\mathbf{S}=\mathbf{K}_{\mathbf{e}}-\mathbf{K}_{\mathbf{o}}$$

Ce vecteur se nomme le **vecteur sensibilité**. Le vecteur sensibilité correspond à la différence entre le vecteur éclairement et le vecteur observation de l'objet.

Le vecteur sensibilité indique la direction de déplacement dans laquelle la sensibilité du dispositif d'holographie est optimum. La connaissance des coordonnées de ce vecteur est primordiale pour que le métrologue puisse analyser précisément les amplitudes des déplacements d'une structure.

La variation de phase optique induite par la variation de chemin optique source-objet-détecteur est donc donnée par la relation suivante :

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi n}{\lambda}\delta(ABC)=\frac{2\pi n}{\lambda}\mathbf{U}.\mathbf{S}$$

Lorsque l'objet se déplace, ceci se traduit par une variation de phase elle même due à la variation du chemin optique. Cette variation de phase produira les franges d'interférences qui permettront de quantifier le déplacement de l'objet entre deux états. La variation de chemin optique vue par le système d'acquisition correspond donc à la variation de position de l'objet projeté sur le vecteur sensibilité.

2. Interférences et sensibilité

Considérons l'objet éclairé par le laser à un instant t_1 , il s'écrit :

$$A_1(x, y, t_1) = A_0(x, y)\exp(j\psi_0(x, y))$$

A un instant t_2 , l'objet a subit un déplacement du à une sollicitation qui n'engendre pas de destruction de l'objet, le déplacement étant dans les limites de ce qui a été indiqué plus haut. Il s'écrit alors :

$$A_2(x, y, t_2) = A_2(x, y)\exp(j\psi_2(x, y)) \approx A_0(x, y)\exp(j\psi_0(x, y) + j\Delta\varphi(x, y))$$

Si le dispositif expérimental est capable de produire des interférences entre les deux objets aux deux instants t_1 et t_2 , alors nous obtenons une superposition cohérente des amplitudes complexes conduisant à

$$I(x, y, t_1, t_2) = A_0^2(x, y)\left(1 + \cos(\Delta\varphi(x, y))\right)$$

On observera donc l'objet modulé par un signal de franges lié à la variation de phase optique entre les deux instants. Ces franges sont des lignes d'isodéplacement de l'objet entre les deux instants.

L'excitation appliquée à l'objet provoque généralement un déplacement dans les trois directions de l'espace suivant $\mathbf{U} = u_x\mathbf{i} + u_y\mathbf{j} + u_z\mathbf{k}$. On constate que selon l'orientation du vecteur sensibilité, il est envisageable que la variation de phase soit proportionnelle exclusivement à l'une des composantes de déplacement, u_x , u_y ou u_z ou bien proportionnelle à un mélange des composantes.

3. Bases de l'interférométrie holographique

Définition

L'interférométrie holographique englobe tous les phénomènes d'interférences dans lesquels l'une des ondes au moins qui participe aux interférences est produite par un hologramme. De ce fait la caractéristique la plus originale de l'interférométrie holographique est de permettre l'interférence de deux ondes contemporaines. Bien que l'interférométrie s'applique classiquement aux ondes lisses, c'est dans le domaine des ondes diffuses que l'apport de l'holographie est unique : l'holographie a pour seconde caractéristique primordiale de permettre l'interférence de deux versions voisines d'une même onde diffuse.

En interférométrie holographique, les interférences observées sont caractéristiques des déplacements micrométriques subis par l'objet. La mesure des interférences permet de quantifier les déplacements avec une sensibilité d'une fraction de micromètres.

Il existe plusieurs méthodes d'interférométrie holographique. On peut citer les exemples suivants :

- interférométrie par double exposition [[1] , [2] , [4] , [5] , [6] , [7] , [8]]
- interférométrie en temps réel [[1] , [2] , [4]]
- interférométrie en temps moyenné [[1] , [2] , [9]]
- interférométrie à double faisceau de référence [[10] , [11]]
- interférométrie holographique numérique en temps moyenné [[12] , [13] , [14] , [15]]
- vibrométrie holographique numérique [[16] , [17]]

L'interférométrie holographique à faisceau de référence unique, qui concerne les 3 premiers exemples, ne permet pas toujours une étude quantitative tandis que l'interférométrie à double faisceau de référence permet d'une manière plus générale des études quantitatives. L'interférométrie holographique numérique tient une place particulière car elle donne directement accès à la variation de phase optique due au déplacement de l'objet. Les paragraphes suivants abordent chacune de ces méthodes.

B. Interférométrie holographique analogique par double exposition

La technique est similaire à celle utilisée pour réaliser un hologramme simple. On effectue une première exposition avec l'objet dans l'état 1 puis une seconde exposition sur la même plaque avec l'objet dans l'état 2 [[1] , [2] , [4] , [5] , [6] , [7] , [8]]. Après développement on obtient une plaque contenant la somme des deux hologrammes. A la restitution on obtient la superposition de deux ondes issues de l'objet dans les états 1 et 2. Ces deux ondes interfèrent et les franges d'interférences observées traduisent la modification subie par l'objet. Les franges sont des lignes d'isoamplitude de déplacement. La méthode permet de détecter et de mesurer des variations de phase survenues entre les deux expositions.

1. Aspect théorique

Notons O_1 et O_2 les amplitudes complexes des ondes diffractées issues de l'objet dans les états 1 et 2. Pour chaque exposition, nous avons

- pendant une durée Δt_1

$$H_1 = |R|^2 + |O_1|^2 + R^* O_1 + R O_1^*$$

- pendant une durée Δt_2

$$H_2 = |R|^2 + |O_2|^2 + R^* O_2 + R O_2^*$$

L'énergie reçue sur le support au cours des deux expositions est

$$\begin{aligned} W &= \int_{t_1}^{t_1+\Delta t_1} H_1 \, dt + \int_{t_2}^{t_2+\Delta t_2} H_2 \, dt \\ &= (\Delta t_1 + \Delta t_2)|R|^2 + \Delta t_1 |O_1|^2 + \Delta t_2 |O_2|^2 + R^*(\Delta t_1 O_1 + \Delta t_2 O_2) + R(\Delta t_1 O_1^* + \Delta t_2 O_2^*) \end{aligned}$$

La transmission du support obtenue après développement est

$$t = t_0 - \beta R^*(\Delta t_1 O_1 + \Delta t_2 O_2) - \beta R(\Delta t_1 O_1^* + \Delta t_2 O_2^*)$$

Lors de la restitution par éclairage laser, l'amplitude transmise par la plaque s'écrit

$$\begin{aligned} A_R &= R t \\ &= R t_0 - \beta |R|^2 (\Delta t_1 O_1 + \Delta t_2 O_2) - \beta R^2 (\Delta t_1 O_1^* + \Delta t_2 O_2^*) \end{aligned}$$

Ainsi que nous l'avions vu lors du cours sur l'enregistrement et la reconstruction :

- le premier terme correspond à l'ordre 0
- le second terme $-\beta |R|^2 (\Delta t_1 O_1 + \Delta t_2 O_2)$ correspond à l'ordre +1
- le troisième terme $-\beta R^2 (\Delta t_1 O_1^* + \Delta t_2 O_2^*)$ correspond à l'ordre -1

Seule nous intéresse l'amplitude diffractée dans l'ordre +1. Le champ diffracté dans l'ordre +1 à la distance $-d_0$ du support, est donc donné par :

$$\begin{aligned} A_R^{+1}(x, y, -d_0, t_1, t_2) &= -\beta a_R^2 A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y)) \\ &\times \left((\Delta t_1 + \Delta t_2) \exp(j \Delta \varphi(x, y))\right) * \tilde{W}_A(x, y, -d_0) \end{aligned}$$

L'image vue par l'observateur est liée au module carré du champ diffracté. En omettant la fonction d'élargissement $\tilde{W}_A(x, y, -d_0)$, nous avons

$$I_R^{+1}(x, y, -d_0, t_1, t_2) = \beta^2 a_R^4 A_0^2(x, y) \times \left(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + 2\Delta t_1 \Delta t_2 \cos(\Delta\varphi(x, y))\right)$$

C'est une expression de la forme

$$I_R^{+1} = I_0\left(1 + m\cos(\Delta\varphi)\right)$$

avec

$$I_0 = \beta^2 a_R^4 \left(\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2\right) A_0^2$$

$$m = \frac{2\Delta t_1 \Delta t_2}{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi n}{\lambda} \mathbf{U}.\mathbf{S}$$

Il se produit un phénomène d'interférences entre les deux ondes virtuelles. Ces interférences modulent l'image de l'objet et elles traduisent la variation de phase survenue entre les deux états 1 et 2. La plupart du temps on s'arrange pour que $\Delta t_1 = \Delta t_2$ de sorte que m=1. Les franges ont alors un contraste maximum. Ces franges donnent en premier lieu une **information qualitative** sur les déplacements survenus. Un traitement informatique adéquat permet une **analyse quantitative** par numérisation de l'image avec une caméra vidéo ou numérique.

2. Limites du procédé

Les limites les plus notables sont les suivantes :

- l'amplitude du déplacement doit entraîner un nombre de franges résolvables,
- l'état de surface de l'objet ne doit pas se modifier d'une exposition à l'autre car le contraste des franges baissera lorsque la modification augmentera,
- le montage holographique, l'objet et l'environnement doivent être stables pendant la durée de chaque pose pour que chaque hologramme correspondant soit de bonne qualité.

3. Dispositif expérimental

La configuration expérimentale typique est du type hors d'axe. Le faisceau objet et le faisceau référence ne sont pas confondus, le dispositif d'enregistrement hors axe est représenté figure 3. La source lumineuse doit être cohérente spatialement et temporellement sauf si on peut assurer l'égalité parfaite entre les chemins optiques objet et référence.

On peut utiliser un laser impulsionnel pour l'enregistrement, ce qui permet d'obtenir des retards temporels très courts pour étudier des objets sous sollicitation dynamique. La durée de chaque exposition est la durée de l'impulsion laser.

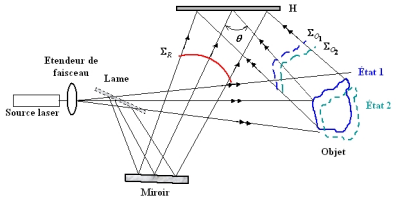


Figure 3 : Enregistrement d'hologrammes en double exposition

La figure 4 montre le principe de reconstruction des deux hologrammes en double exposition. Le laser de reconstruction peut être continu de même longueur d'onde que le laser d'enregistrement. L'observateur peut visualiser directement avec son oeil l'objet reconstruit et les franges d'interférences qui modulent son amplitude. Cependant, en vue d'une exploitation quantitative on remplace l'observation visuelle par une observation avec caméra ou appareil photo. Il suffit de placer la visée de l'objectif vers l'ordre +1 et de faire la mise au point sur l'objet.

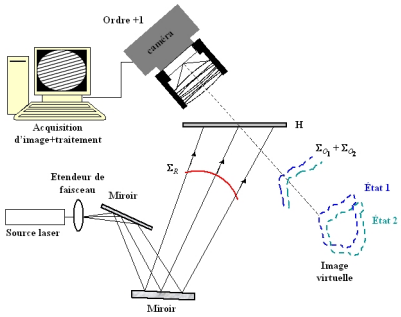


Figure 4 : Visualisation d'hologrammes en double exposition

4. Applications

Cette technique est appliquée en contrôle non destructif, en analyse de contraintes mécaniques thermiques ou pneumatiques d'un objet industriel et également en analyse de défauts dans l'objet tels que défauts de collage ou fissures dans les structures.

5. Illustration

En guise d'illustration, la figure 5 montre un hologramme double exposition d'un assemblage mécanique en aluminium soumis à une force appliquée sur son panneau arrière. La vue montre le haut de l'assemblage.

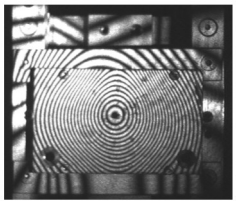


Figure 5 : Exemple d'hologramme en double exposition

Les franges d'interférences visualisée sur le panneau sont interprétées comme étant des lignes d'isodéplacement de la structure. La forme symétrique des franges montre que le panneau ne subit pas de déformation fortement anisotrope.

C. Interférométrie holographique analogique en temps réel

Avec un laser continu on enregistre l'hologramme d'un objet au repos. On développe le support photosensible puis on le remet **exactement** en place dans le montage. Le re-positionnement doit être effectué à une longueur d'onde près. Ensuite, on éclaire simultanément l'hologramme avec le faisceau référence et l'objet avec le faisceau objet [[1] , [2] , [4]].

On regarde à travers l'hologramme et on observe :

- l'objet éclairé
- l'image holographique de l'objet

Dans l'ordre +1, il se produit des interférences entre l'onde diffractée dans l'ordre +1 et l'onde issue de l'objet dans son état courant. Si l'objet se déplace ou se déforme, des franges d'interférences apparaissent. On suit l'évolution de ces franges en temps réel avec l'oeil ou une caméra rapide si l'objet évolue trop vite.

1. Aspect théorique

L'hologramme est enregistré lorsque l'objet est dans un état initial qui peut être sont état au repos. Après l'enregistrement avec un temps de pose Δt, nous avons une transmission de la plaque s'écrivant,

$$t = R t_0 - \beta \Delta t |R|^2 O - \beta \Delta t R^2 O^*$$

et le champ diffracté dans l'ordre +1 à la distance -d $_0$ du support est donné par :

$$A_R^{+1}(x, y, -d_0) = -\beta \Delta t a_R^2 A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y)) * \tilde{W}_A(x, y, -d_0)$$

Notons A_i l'amplitude complexe instantanée issue de l'objet réel éclairé par le laser.

Nous pouvons écrire

$$A_i(x, y, t) = A_i(x, y) \exp(j \psi_i(x, y)) \approx A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y) + j \Delta \varphi(x, y, t))$$

où la variation de phase dépend du temps si l'objet se déplace

$$\Delta \varphi(t) = \frac{2 \pi n}{\lambda} \mathbf{U}(t).\mathbf{S}$$

Lors de l'observation de l'ordre +1, il y a superposition de l'amplitude diffractée et de l'amplitude issue de l'objet après traversée du support photosensible. Ainsi, nous avons

$$A_T^{+1}(x, y, t) = t_0 A_i(x, y, t) + A_T^{+1}(x, y, -d_0)$$

qui s'écrit également, en omettant la fonction d'élargissement $\tilde{W}_A(x, y, -d_0)$,

$$A_T^{+1}(x, y, t) = A_0(x, y) \exp(j \psi_0(x, y)) \left(-\beta \Delta t a_R^2 + t_0 \exp(j \Delta \varphi(x, y, t))\right)$$

L'image vue par l'observateur est liée au module carré du champ diffracté. Nous avons

$$I_T^{+1}(x, y, t) = A_0^2(x, y) \left(\beta^2 \Delta t^2 a_R^4 + t_0^2 - 2 \beta t_0 \Delta t a_R^2 \cos(\Delta \varphi(x, y, t))\right)$$

C'est une expression de la forme

$$I_R^{+1}(t)=I_0\left(1-m\cos(\Delta\varphi(t))\right)$$

avec

$$I_0=A_0^2\left(\beta^2\Delta t^2 a_R^4+t_0^2\right)$$

$$m=\frac{2\beta t_0\Delta t a_R^2}{\beta^2\Delta t^2 a_R^4+t_0^2}$$

Il se produit des interférences dans l'ordre +1. Si l'objet est immobile, on observe son image avec une amplitude égale à (1-m)I_0 , ce qui constitue une teinte plate. Dans le cas où m=1 , l'image est sombre ; cependant ce cas est rare en pratique car il est difficile d'ajuster les deux amplitudes telles que $t_0=\beta\Delta t a_R^2$. Si l'objet est déformé par une sollicitation quelconque, la variation de phase sera non nulle et on observera des franges d'interférences évoluant avec la sollicitation appliquée à l'objet.

2. Limites du procédé

La principale limite à cette technique d'analyse vient de ce que le support photosensible doit être replacé dans le montage après son développement. Ce réglage doit être de haute précision et nécessite un **dispositif mécanique isostatique**.

En effet, si l'hologramme est replacé dans le montage avec un décalage latéral, l'objet virtuel reconstruit sera également décalé et ne pourra être superposé à l'objet réel. Il s'en suit l'apparition de franges parasites si le décalage n'est pas trop important ou bien la visualisation de deux objets décalés spatialement si le décalage est très important.

Pour palier à cet inconvénient on peut utiliser des films thermoplastiques à développement rapide sur place.

Les autres limites notables sont les suivantes :

- l'amplitude du déplacement doit entraîner un nombre de franges résolvables,
- l'état de surface de l'objet ne doit pas être modifié d'une exposition à l'autre car le contraste des franges baissera lorsque la modification augmentera.

3. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est classique puisqu'il s'agit d'enregistrer l'hologramme de l'objet au repos (figure 6). La source lumineuse doit également être cohérente spatialement et temporellement sauf si on peut assurer l'égalité parfaite entre les chemins optiques objet et référence.

On peut aussi utiliser un laser impulsionnel pour l'enregistrement, ce qui permet d'obtenir des temps de pose très courts.

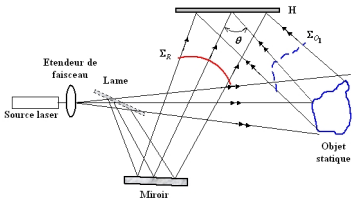


Figure 6 : Enregistrement d'un hologramme en temps réel

La figure 7 montre le principe de la méthode temps réel. On éclaire simultanément l'hologramme avec la faisceau référence et l'objet avec le faisceau objet. Le faisceau référence diffracte sur l'hologramme et

reconstruit l'objet enregistré précédemment. Dans le même temps, le faisceau objet éclaire l'objet réel et celui ci interfère avec l'onde virtuelle reconstruite par diffraction. L'observateur peut visualiser directement l'objet reconstruit et les franges d'interférences qui modulent son amplitude. Cependant, en vue d'une exploitation quantitative on remplace l'observation visuelle par une observation avec caméra ou appareil photographique. Il suffit de placer la visée de l'objectif vers l'ordre +1 et de faire la mise au point sur l'objet comme indiqué sur la figure 7.

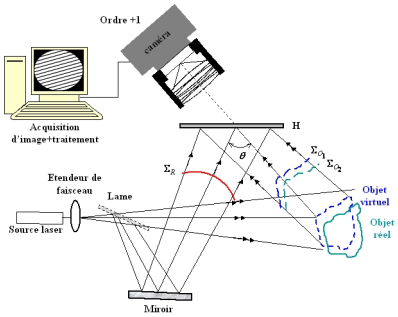


Figure 7 : Visualisation en temps réel

4. Applications

L'interférométrie en temps réel est utilisée pour le contrôle non destructif, l'analyse vibratoire ou encore la compréhension globale du comportement d'ensembles mécaniques soumis à des contraintes statiques ou évoluant lentement.

Exemple

Par exemple : déformation du carter d'une boite de vitesse lorsqu'on fait varier lentement le couple sur l'arbre, détection de défauts lorsqu'on fait évoluer une contrainte thermique, etc...

5. Illustration

La figure 8 illustre l'apparition de franges en temps réel lorsque l'on chauffe avec une source thermique une membrane composite dans laquelle est présent un défaut de collage.

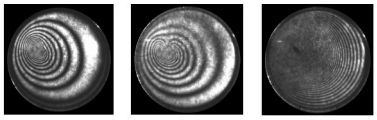


Figure 8 : Exemple d'hologrammes en temps réel

Lorsque la contrainte thermique augmente le nombre franges augmente jusqu'à ne plus être observables car trop serrées, comme le montre l'image de droite.

6. Cas particulier d'un objet en vibration harmonique

Un cas est souvent rencontré en pratique lorsque l'objet est soumis à une contrainte harmonique qui n'est pas « lente » vis à vis du procédé d'observation.

Dans ce cas le vecteur déplacement est de la forme

$$\mathbf{U}(t)=\mathbf{U_0}\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$

La variation de phase instantanée s'écrit

$$\Delta\varphi(t)=\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{U_0}.\mathbf{S}\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$

L'image observée dans l'ordre +1 à chaque instant s'écrit

$$I_R^{+1}(t)=I_0\left(1-m\cos\left(\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right)\right)$$

avec

$$\Delta\varphi_0=\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{U_0}.\mathbf{S}$$

L'observation, visuelle ou optoélectronique, est effectuée avec un temps de pose $\Delta\tau$. Pour les objets vibrants avec des fréquences supérieures à $1/\Delta\tau$ il s'en suit une intégration temporelle du signal $I_R^{+1}(t)$.
Le signal effectivement perçu par l'observation est donc donné par

$$\Delta I_R^{+1}=\int_{t_1}^{t_1+\Delta\tau} I_R^{+1}(t)dt$$

Comme $I_R^{+1}(t)$ se développe en série de fonctions de Bessel, nous avons aussi

$$I_R^{+1}(t)=I_0-mI_0J_0(\Delta\varphi_0)-2mI_0\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(\Delta\varphi_0)\cos(2n\omega_0 t+2n\varphi_0)$$
$$+2mI_0\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(\Delta\varphi_0)\sin((2n+1)\omega_0 t+(2n+1)\varphi_0)$$

et l'intégration temporelle donne

$$\Delta I_R^{+1}=I_0\Delta\tau-mI_0\Delta\tau J_0(\Delta\varphi_0)-2mI_0\Delta\tau\sum_{n=1}^{\infty}J_{2n}(\Delta\varphi_0)\mathrm{sinc}(n\omega_0\Delta\tau)\cos(2n\omega_0 t_1+2n\varphi_0)$$
$$+2mI_0\Delta\tau\sum_{n=0}^{\infty}J_{2n+1}(\Delta\varphi_0)\mathrm{sinc}\left(\frac{2n+1}{2}\omega_0\Delta\tau\right)\sin((2n+1)\omega_0 t_1+(2n+1)\varphi_0)$$

Si la durée d'exposition de l'observation est telle que $\omega_0\Delta\tau\gg 1$
nous avons

$$\mathrm{sinc}(n\omega_0\Delta\tau)\approx 0\quad\forall\ n$$
$$\mathrm{sinc}\left(\frac{2n+1}{2}\omega_0\Delta\tau\right)\approx 0\quad\forall\ n$$

Il vient donc

$$\Delta I_R^{+1}\approx I_0\Delta\tau\left(1-mJ_0(\Delta\varphi_0)\right)$$

L'expression du signal d'interférences montre que l'amplitude de l'objet reconstruit est modulée par la fonction $1-mJ_0(\Delta\varphi_0)$ qui dépend du contraste entre les deux ondes et de la fonction de Bessel J_0. La valeur prise par la fonction de Bessel dépend de

l'amplitude de vibration de l'objet via la phase $\Delta\varphi_0$. La figure 9 montre le profil des franges pour $\Delta\varphi_0$ variant de 0 à 10π et pour m={0,1 ;0,25 ;0,5 ;0,75 ;1} . La fonction modulante a un contraste qui dépend de m comme il est illustré sur la figure 9.

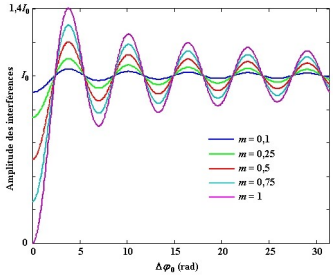


Figure 9 : Fonction de modulation de l'hologramme reconstruit

Le contraste des franges est dans tous les cas très inférieur à l'unité. Lorsque les deux ondes objets sont telles que m=1, les **franges sombres** pour lesquelles $\Delta I_R^{+1}=0$ correspondent aux zones de l'objet qui restent immobiles pendant l'oscillation sinusoïdale ; elles correspondent donc aux **lignes nodales** de l'objet.

On constate également que l'expression ΔI_R^{+1} n'inclut pas la phase vibratoire φ_0 . L'information portant sur le signe du déplacement vibratoire est donc perdue par ce procédé. C'est une des principales propriétés des méthodes basées sur l'intégration temporelle de phénomènes oscillant harmoniquement et nous la retrouverons dans toutes les techniques d'holographie par intégration temporelle.

La figure 10 montre des hologrammes observés en temps réel lorsque l'objet est excité sinusoïdalement.

Figure 10 : Exemple d'hologramme en temps réel et intégration temporelle

Les franges noires correspondent aux lignes nodales de l'objet.

D. Interférométrie holographique analogique en temps moyenné

Cette méthode est aussi connue sous le nom d'interférométrie holographique par intégration temporelle. Cette méthode est dédiée à l'analyse vibratoire des structures. Le principe est simple : dans un montage holographique classique on enregistre l'hologramme de l'objet en vibration avec un temps de pose long devant la période de la vibration [[1] , [2] , [9]]. La méthode permet de visualiser la cartographie d'amplitude de l'objet en vibration périodique et également ses lignes nodales.

Dans l'ordre +1, l'onde diffractée est modulée par une fonction qui dépend exclusivement de l'amplitude de la vibration.

1. Aspect théorique

L'hologramme est enregistré lorsque l'objet est excité harmoniquement. Pour expliciter le principe de formation des images, considérons que l'objet est excité en régime purement sinusoïdal. Comme nous l'avons vu précédemment, le vecteur déplacement de l'objet est de la forme

$$\mathbf{U}(t)=\mathbf{U_0}\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$

et la variation de phase instantanée s'écrit

$$\Delta\varphi(t)=\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)$$

L'onde diffractée par l'objet vers le support photosensible dépend du temps par la relation suivante :

$$O(x',y',d_0,t)=-\frac{j\exp(2j\pi d_0/\lambda)}{\lambda d_0}\exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x'^2+y'^2)\right)$$
$$\times\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}A(x,y,t)\exp\left(\frac{j\pi}{\lambda d_0}(x^2+y^2)\right)\exp\left(-\frac{2j\pi}{\lambda d_0}(xx'+yy')\right)dxdy$$

avec

$$A(x,y,t)=A_0(x,y)\exp(j\psi_0(x,y))\exp\left(j\Delta\varphi_0(x,y)\sin(\omega_0 t+\varphi_0(x,y))\right)$$

et l'hologramme instantané dépend également du temps

$$H(t)=|R|^2+|O(t)|^2+R^*O(t)+RO^*(t)$$

L'énergie reçue sur le support pendant l'exposition est

$$W=\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}H(t)\,dt$$
$$=\Delta t|R|^2+\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}|O(t)|^2\,dt+R\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}O^*(t)\,dt+R^*\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}O(t)\,dt$$

Le dernier terme formera l'ordre +1 lors du processus de reconstruction par diffraction laser. Compte tenu des éléments de cours sur la formation de l'image, l'amplitude diffractée dans l'ordre +1 s'écrit, en omettant la dépendance spatiale (x,y),

$$A_R^{+1}(-d_0)=-\beta a_R^2\{\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}A_0\exp(j\psi_0)\exp\left(j\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right)dt\}*\tilde{W}_A(-d_0)$$

Soit aussi

$$A_R^{+1}(-d_0)=-\beta a_R^2\{A_0\exp(j\psi_0)\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}\exp\left(j\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right)dt\}*\tilde{W}_A(-d_0)$$

Comme

$$\exp\left(j\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}J_n(\Delta\varphi_0)\exp\left(jn(\omega_0 t+\varphi_0)\right)$$

l'intégration temporelle du terme complexe conduit à

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}\exp\left(j\Delta\varphi_0\sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right)dt=\Delta t\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty}J_n(\Delta\varphi_0)\operatorname{sinc}\left(n\omega_0\frac{\Delta t}{2}\right)\exp\left(jn\omega_0\frac{\Delta t}{2}\right)\exp\left(jn(\omega_0 t_1+\varphi_0)\right)$$

Si la durée d'enregistrement de l'hologramme est telle que $\omega_0\Delta t\gg 1$

alors nous avons

$$\operatorname{sinc}\left(n\,\omega_0\frac{\Delta t}{2}\right)\approx 0 \quad \forall\ n$$

Il vient donc

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}\exp\left(j\,\Delta\varphi_0\sin\left(\omega_0 t+\varphi_0\right)\right)dt\approx\Delta t\,J_0\left(\Delta\varphi_0\right)$$

L'image dans l'ordre +1 vue par l'observateur est liée au module carré du champ diffracté. En omettant la fonction d'élargissement $\tilde{W}_A(x,y,-d_0)$, nous avons

$$\begin{aligned} I_R^{+1}(x,y,-d_0) &= \left|A_R^{+1}(x,y,-d_0)\right|^2 \\ &= \beta^2 a_R^4 \Delta t^2 A_0^2(x,y)\left|J_0\left(\Delta\varphi_0(x,y)\right)\right|^2 \end{aligned}$$

C'est une expression de la forme

$$I_R^{+1}=I_0\left|J_0\left(\Delta\varphi_0\right)\right|^2$$

L'expression de l'image dans l'ordre +1 montre que l'objet reconstruit est modulé par la fonction de Bessel $\left|J_0\right|^2$. La valeur prise par la fonction de Bessel dépend de l'amplitude de vibration de l'objet via la phase optique $\Delta\varphi_0$. La figure 11 montre le profil des franges pour $\Delta\varphi_0$ variant de 0 à 10π .

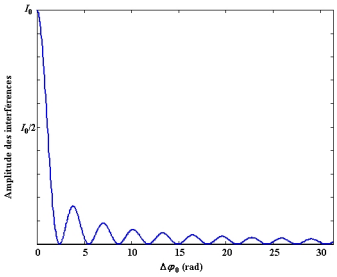


Figure 11 : Fonction de modulation en temps moyenné

La fonction de modulation est maximale pour $\Delta\varphi_0=0$ ce qui correspond aux zones de l'objet qui restent immobiles pendant l'oscillation sinusoïdale. Ainsi les **franges brillantes** pour lesquelles $I_R^{+1}=I_0$ correspondent aux lignes **nodales de l'objet**. Lorsque l'amplitude de vibration augmente, la fonction de Bessel diminue et elle s'annule en certaines valeurs, notées ω_n . Lorsque la fonction de Bessel s'annule, on observe une frange sombre puisque l'image présente un minimum nul. Les oscillations secondaires de la fonction de Bessel ont une amplitude qui décroît progressivement de sorte que les franges sombres deviennent de moins en moins contrastées. Comme nous l'avons noté lors de l'étude de la méthode d'interférométrie en temps réel, I_R^{+1} n'inclut pas la phase vibratoire φ_0.

Le tableau 1 récapitule les valeurs des zéros ω_n de la fonction J_0 .

Ordre n	Zéros ω_n (rad)
1	2,4
2	5,52
3	8,65
4	11,79
5	14,93
6	18,07
7	21,21
8	24,35
9	27,49
10	30,63
11	36,92
12	40,06

Tableau 1 : Tabulation des zéros de la modulation de Bessel

2. Limites du procédé

La technique d'intégration temporelle nécessite l'utilisation d'un laser à émission continue avec des temps de pose qui peuvent être longs, la durée d'exposition dépendant du flux laser disponible. Les conditions d'enregistrement sont les mêmes que pour celles d'un hologramme classique : montage stable sur table antivibratile. Il faut également prendre garde que l'excitation de la structure n'entraîne pas de déplacements d'ensemble parasites.

3. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est classique puisqu'il s'agit d'enregistrer l'hologramme de l'objet (voir figure 6). Cependant, l'objet doit être excité sinusoidalement par une source de vibration qui peut être un haut parleur (excitation acoustique) ou un pot vibrant (excitation mécanique).

4. Applications

Cette technique, associée au temps réel est très utile pour la caractérisation des modes vibratoires de structures industrielles : analyse modale, validation de codes de calculs, etc..

5. Illustration

Les figures 12 à 14 montrent les franges de Bessel obtenues lors de l'excitation d'une membrane composite par un haut parleur placé sur sa face arrière pour des fréquences d'excitation respectivement de 980Hz, 1180Hz, 1300 Hz, 2110 Hz et 2200 Hz.

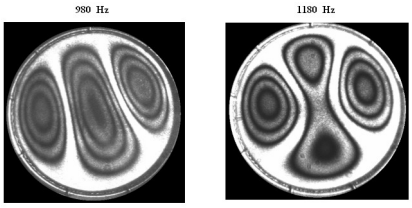


Figure 12 : Hologramme temps moyenné à 980Hz et 1180Hz

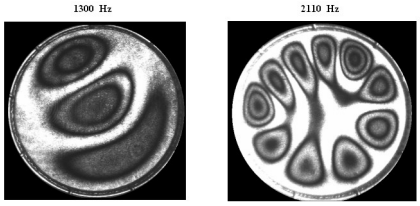


Figure 13 : Hologramme temps moyenné à 1300Hz et 2110Hz

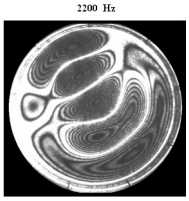


Figure 14 : Hologramme temps moyenné à 2200Hz

La méthode de temps moyenné peut être également utilisée pour détecter des défauts dans des structures. En effet, la présence d'un défaut modifiera la structure modale de la vibration. Par comparaison avec la signature vibratoire d'une structure saine, on pourra identifier les modification et les défauts non débouchant et invisibles.

La figure 15 illustre cette possibilité en montrant deux signatures modales obtenues avec une excitation de 1180Hz pour une structure saine et pour une structure avec défaut.

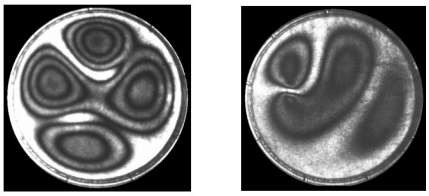


Figure 15 : Signatures modales à 1180Hz sans et avec défaut

On observe parfaitement la présence du défaut (à gauche) et la modification de structure modale qu'il engendre.

La figure 16 illustre l'influence d'un défaut pour une excitation à 1820Hz.

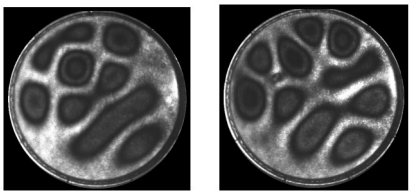


Figure 16 : Signatures modales à 1820Hz sans et avec défaut

E. Interférométrie holographique double faisceau de référence

Cette technique permet de calculer numériquement les déplacements micrométriques en chaque point de la surface d'un objet à partir de son image interférométrique. Le principe de la méthode rejoint celui de la double exposition. Par rapport au montage classique d'interférométrie holographique par double exposition, il y a simplement adjonction d'un second faisceau de référence faisant un léger angle avec le premier (figures 17) [[10] , [11]]. Le miroir 2 du chemin référence 2 est monté sur un transducteur piézoélectrique ce qui permettra lors de la restitution d'appliquer la méthode du décalage de phase [[18] , [19]].

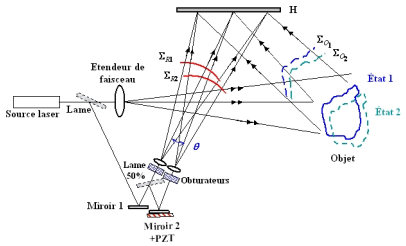


Figure 17 : Interférométrie holographique à double faisceaux de référence

La chronologie de l'enregistrement est la suivante :

- un premier hologramme est enregistré avec la première référence R_1 et l'objet dans l'état 1, la seconde référence R_2 étant occultée par l'obturateur 2
- un second hologramme est enregistré avec la référence R_2 et l'objet dans l'état 2, la première référence R_1 étant occultée par l'obturateur 1, le dispositif piézoélectrique n'étant pas activé.

On obtient sur le même support photosensible deux hologrammes de l'objet à deux instants différents mais enregistrés avec deux références différentes.

Après développement du support photosensible, la restitution par diffraction est effectuée simultanément avec les deux faisceaux R_1 et R_2. Chaque référence donne son hologramme correspondant à une image holographique. On dispose alors de deux ondes objet dans l'ordre +1 qui correspondent chacune à un état de l'objet. Les deux images holographiques interfèrent pour donner un système de franges qui peut être analysé quantitativement. Comme le miroir 2 est monté sur un transducteur piézoélectrique, on peut faire varier la phase optique relative des deux faisceaux de référence et appliquer les techniques de démodulation par décalage de phase [[18] , [19]]. Par exemple, en donnant quatre valeurs à la variation de phase engendrée par le piézoélectrique, on obtient 4 équations d'interférences permettant de calculer la phase optique générée par le déplacement de l'objet entre les deux états. Ainsi, on pourra déterminer l'amplitude et le sens du déplacement en chaque point de l'objet entre les deux états.

1. Aspect théorique

Notons A_{R1} l'amplitude complexe de l'onde de référence R_1, $A_{R1}=a_1\exp(j\varphi_1)$, et A_1 celle de l'objet dans l'état 1. Nous avons

$$A_1(x,y)=A_0(x,y)\exp(j\psi_0(x,y))$$

On note également A_{R2} l'amplitude complexe de l'onde de référence R_2 dans laquelle nous tenons compte de la présence du dispositif piézoélectrique qui modulera la phase lors de la restitution, soit $A_{R2}=a_2\exp(j\varphi_2+j\phi)$ avec ϕ la variation de phase susceptible d'être introduite par le déphaseur.

Notons également A_2 l'amplitude de l'objet dans l'état 2. Nous avons

$$A_2(x,y)\approx A_0(x,y)\exp(j\psi_0(x,y)+j\Delta\varphi(x,y))$$

A l'enregistrement, Φ étant nulle, nous avons,

$$H=|R_1|^2+|O_1|^2+|R_2|^2+|O_2|^2+R_1O_1^*+R_2O_2^*+R_2^*O_2+R_1^*O_1$$

Les deux derniers termes constituent l'ordre +1.

A la restitution avec la référence 1, le dernier terme $-\beta\Delta t|R_1|^2O_1$ correspond à l'ordre +1. De même avec la référence 2 et la modulation de phase due au piézoélectrique, le septième terme correspond à l'ordre +1.

Seule nous intéresse l'amplitude diffractée dans l'ordre +1. Le champ diffracté dans l'ordre +1 à la distance -d_0 du support, est donné pour la référence 1 par :

$$A_{R1}^{+1}(x,y,-d_0)=-\beta a_1^2\Delta t A_0(x,y)\exp(j\psi_0(x,y))*\tilde{W}_A(x,y,-d_0)$$

et pour la référence 2 nous avons

$$A_{R2}^{+1}(x,y,-d_0)=-\beta a_2^2\Delta t A_0(x,y)\exp(j\psi_0(x,y))\exp(j\Delta\varphi(x,y)+j\phi)*\tilde{W}_A(x,y,-d_0)$$

L'image vue par l'observateur est liée au module carré du champ diffracté. En omettant la fonction d'élargissement, nous avons

$$\begin{aligned}I_R^{+1}(x,y,-d_0)&=|A_{R1}^{+1}(x,y,-d_0)+A_{R2}^{+1}(x,y,-d_0)|^2\\&=\beta^2\Delta t^2A_0^2(x,y)\left(a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\Delta\varphi(x,y)+\phi)\right)\end{aligned}$$

C'est une expression de la forme

$$I_R^{+1}=E=a+b\cos(\Delta\varphi+\phi)$$

L'image vue dans l'ordre +1 est donc modulée par un réseau de franges lié à la variation de phase optique générée par le déplacement de l'objet entre les deux états.

Si on donne 4 valeurs discrètes au déphasage à ϕ tel que $\phi=(n-1)\pi/4$, n={1,2,3,4} on obtient 4 interférogrammes déphasés dans l'ordre +1

$$E_1=a+b\cos(\Delta\varphi)$$

$$E_2=a+b\cos(\Delta\varphi+\pi/2)$$

$$E_3=a+b\cos(\Delta\varphi+\pi)$$

$$E_4=a+b\cos(\Delta\varphi+3\pi/2)$$

La phase Δφ peut être calculée numériquement modulo 2π par

$$\Delta\varphi=\arctan\left(\frac{E_4-E_2}{E_1-E_3}\right)$$

L'amplitude de l'oscillation des franges peut être évaluée par :

$$b=\frac{1}{2}\sqrt{(E_1-E_3)^2+(E_4-E_2)^2}$$

et la composante continue est déterminée par :

$$a=\frac{1}{4}(E_1+E_2+E_3+E_4)$$

La mesure du taux de modulation peut être utilisée pour discerner les pixels de l'image qui doivent être traités de ceux qui ne doivent pas l'être. On peut par exemple fixer un seuil minimum pour ce paramètre au delà duquel on considère que le pixel est suffisamment modulé pour que la mesure de phase ait un sens.

2. Limites du procédé

Le dispositif est délicat à mettre en oeuvre ce qui peut limiter son applicabilité.

3. Dispositif expérimental

Le dispositif de reconstruction des hologrammes est décrit sur la figure 18. On éclaire simultanément l'hologramme avec les deux faisceaux référence.

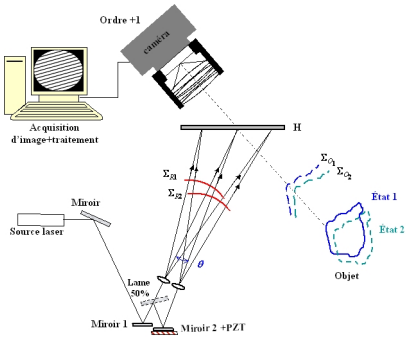


Figure 18 : Reconstruction avec double faisceaux de référence

La caméra acquiert les interférogrammes après introduction du déphasage avec le transducteur piézoélectrique.

4. Applications

La méthode peut être utilisée avec un laser continu ou pulsé pour la quantification de défauts en contrôle non destructif et en analyse de vibrations dans le domaine de l'automobile ou de l'aéronautique par exemple.

5. Illustration

La figure 19 présente 4 interférogrammes déphasés de $\pi/2$ obtenus lors du contrôle de collage d'une structure en matériaux composites. La figure de franges montre un défaut localisé au centre de l'image.

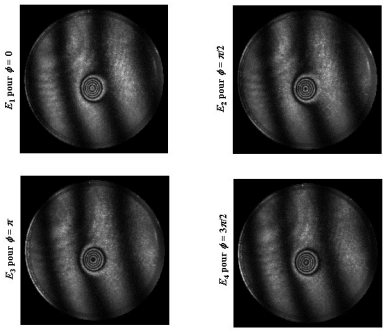


Figure 19 : Interférogrammes déphasés

La figure 20 montre la variation de phase calculée modulo 2π avec les 4 interférogrammes.

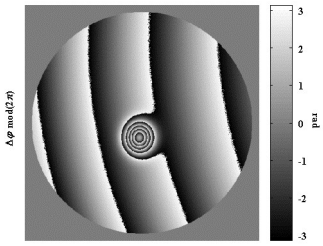


Figure 20 : Variation de phase calculée modulo 2

La figure 21 montre la variation de phase après traitement de ses discontinuités de 2π par un algorithme spécifique.

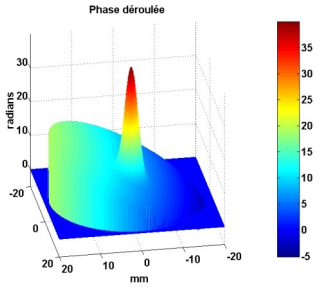


Figure 21 : Variation de phase déroulée

F. Interférométrie holographique numérique en temps moyenné

Le principe est identique à celui de l'holographie analogique en temps moyenné : on enregistre l'hologramme de l'objet en vibration avec un temps de pose Δt long devant la période de la vibration. Cependant, l'hologramme est enregistré avec une matrice de photo détecteurs et on reconstruit numériquement le champ diffracté en calculant une transformée de Fresnel discrète [[12] , [13] , [14] , [15]].

1. Aspect théorique

En reprenant l'analyse théorique proposée au paragraphe traitant de l'holographie analogique en temps moyenné, et en considérant le fait que nous discrétisons enregistrement et reconstruction, le champ diffracté numériquement dans l'ordre +1 est donné par

$$A_R^{+1}(x,y,-d_0)=\lambda^2 d_0^2 \exp\left(-j\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)\right)R^*(x,y)\,A(x,y)$$
$$\times\int_{t_1}^{t_1+\Delta t}\exp\left(j\Delta\varphi_0(x,y)\sin(\omega_0 t+\varphi_0(x,y))\right)dt$$
$$*\tilde{W}_{NM}(x,y,-d_0)*\delta(x-\lambda d_0 u_R,\,y-\lambda d_0 v_R)$$

Soit aussi

$$A_R^{+1}(x,y,-d_0)=\Delta t\,\lambda^2 d_0^2 \exp\left(-j\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)\right)R^*(x,y)\,A(x,y)\,J_0(\Delta\varphi_0(x,y))$$
$$*\tilde{W}_{NM}(x,y,-d_0)*\delta(x-\lambda d_0 u_R,\,y-\lambda d_0 v_R)$$

Comme

$$J_0(\Delta\varphi_0(x,y))=|J_0(\Delta\varphi_0(x,y))|\exp(j\varphi_J(x,y))$$

la phase optique dans l'ordre +1 numérique s'écrit :

$$\arg\left(A_R^{+1}(x,y,-d_0)\right)=-\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)-2\pi(u_R x+v_R y)$$
$$+\psi_0(x,y)+\varphi_J(x,y)$$

Les termes qui composent la phase numérique sont en partie liés aux fréquences spatiales de la référence et correspondent à un plan de phase incliné ; ils sont invariants dans le temps quelque soit la façon d'enregistrer l'hologramme (temps moyenné ou autre). Il en va de même concernant la phase aléatoire speckle $\psi_0(x,y)$. Ces termes sont sans grand intérêt étant donné qu'en holographie numérique on procède souvent à des soustractions de phases, ces derniers n'interviennent pas dans les différences de phases.

Nous pouvons constater que l'information sur la phase de la vibration mécanique $\varphi_0(x,y)$ n'est pas contenue dans le champ objet calculé. De ce fait, la technique du temps moyenné numérique donne seulement l'information sur l'amplitude des déplacements de l'objet. Le terme $\varphi_J(x,y)$ introduit dans l'équation de la phase est défini comme suit [[13]] :

$$\varphi_J(x,y)=\begin{pmatrix}0 & \text{si } J_0(\Delta\varphi_0)>0\\ \pi & \text{si } J_0(\Delta\varphi_0)<0\end{pmatrix}$$

La phase φ_J est une variable binaire prenant les valeurs 0 ou π. Ses transitions entre ces valeurs localisent le saut de phase lorsque la fonction de Bessel J_0 passe par 0. La phase φ_J correspond donc à la phase de passage par 0 (« **zero-crossing** ») de la fonction de Bessel. Ainsi, dans le cas où l'objet est enregistré en statique, sans excitation sinusoïdale, la phase de l'objet reconstruit est donnée par

$$\psi_{stat}=-\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)-2\pi(u_R x+v_R y)+\psi_0(x,y)$$

Lorsque le même objet est reconstruit après enregistrement en temps moyenné, sa phase devient

$$\psi_{moy}=-\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)-2\pi(u_R x+v_R y)+\psi_0(x,y)+\varphi_J(x,y)$$

La phase de « zero crossing » est donc directement extraite de la différence des phases, soit

$$\varphi_J=\psi_{moy}-\psi_{stat}$$

Étant donné le caractère binaire de φ_J, la détermination des sauts de phases de cette dernière permet une détermination précise des lignes de contours associées au passage par 0 de la fonction de Bessel. Cette méthode donne un très fort contraste au niveau des passages par 0.

Le lecteur remarquera que cette propriété est spécifique à l'holographie numérique qui donne directement accès à la phase optique lors du calcul du champ diffracté. En effet, en holographie analogique en temps moyenné, il n'est possible d'observer que le module carré de la fonction de Bessel ; son signe est donc intrinsèquement perdu.

2. Limites du procédé

La principale limitation de cette méthode est son caractère basse résolution puisque l'enregistrement est effectué avec une matrice de pixels quelques microns de taille. Cependant, son grand avantage est qu'il n'y a pas de consommable et que le traitement numérique des images peut être développé à l'extrême pour augmenter la qualité des reconstructions.

3. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental d'enregistrement de l'hologramme numérique est un interféromètre de type Mach-Zehnder (figure 22). Le faisceau laser est séparé en deux faisceaux au moyen d'un cube. Pour une description complète, le lecteur se reportera à la partie étude de cas du cours intitulé « enregistrement/reconstruction ».

Le temps de pose du détecteur doit être ajusté en tenant compte des flux incidents (objet et référence) et de la période de l'excitation car il faut respecter la condition $\Delta t > 2\pi/\omega_0$.

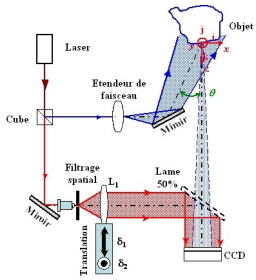


Figure 22 : Interféromètre holographique numérique

4. Applications

Le champ d'application concerne essentiellement l'analyse vibratoire des objets de petites tailles en raison de la résolution limitée, en comparaison avec l'holographie analogique qui est très bien adaptée aux grandes structures.

5. Illustration

En guise d'illustration, considérons un haut-parleur de 60 mm de diamètre placé à une distance d_0=1385 mm du détecteur. Le temps d'exposition du capteur d'image est Δt=1s. La source utilisée est un laser He-Ne. Les fréquences spatiales de l'onde porteuse sont ajustées à u_R=69 mm^{-1} et v_R=72,2mm^{-1}. La reconstruction est calculée sur 2048 points avec zéro-padding. L'angle d'éclairage de l'objet est θ=35°. La figure 23 présente le champ calculé par transformée de Fresnel discrète de l'hologramme en temps moyenné. La reconstruction de l'ordre +1 montre la modulation de Bessel. La fréquence d'excitation du haut parleur est de 3700 Hz.

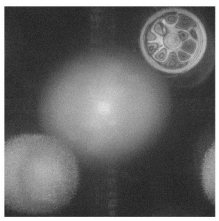


Figure 23 : Champ reconstruit issu de l'hologramme numérique en temps moyenné

La figure 24 représente l'ordre +1 obtenu pour trois amplitudes d'excitations sinusoïdales différentes (respectivement faible, moyenne et forte). La modulation d'amplitude est clairement visible sur le haut parleur reconstruit. Les franges sombres ont une forte densité pour les niveaux d'amplitudes moyen et fort et il devient plus difficile de les distinguer dans certaines régions.

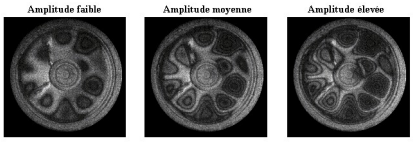


Figure 24 : Méthode du temps moyenné appliquée au haut parleur avec une fréquence d'excitation de 3700 Hz pour différentes amplitudes de vibration

La phase de passage par 0 peut être calculée depuis l'acquisition de deux hologrammes numériques, le premier lorsque l'objet est statique et le second par temps moyenné. La figure 25 montre les phases de passage par 0 extraites par soustraction des phases objet à l'état statique et en temps moyenné et ce pour les trois amplitudes d'excitation. La phase φ_J est caractérisée par des zones de phase constante et des sauts de phase. Comme prédit, cette phase localise, avec un fort contraste, les sauts de phase de φ_J qui concordent parfaitement avec la localisation des franges sombres représentées figure 23. Les sauts de phases sont très facilement discernables comparativement aux franges sombres.

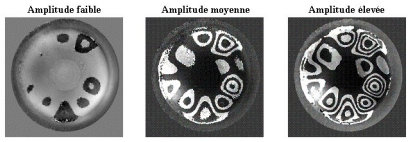


Figure 25 : Phases de « zero-crossing » du haut parleur excité à 3700 Hz pour différentes amplitudes de vibration

La détermination des sauts de phase de φ_J est un excellent moyen de déterminer précisément les lignes de contour associé aux passages par 0 de la fonction de Bessel. Les zéros sont liés à l'amplitude de vibration et au vecteur sensibilité du dispositif d'enregistrement. Comme le haut parleur vibre essentiellement selon une composante hors du plan, le vecteur vibration de l'objet est $\mathbf{U}(t)=u_z \sin(\omega_0 t+\varphi_0)\mathbf{k}$ et le vecteur sensibilité est $\mathbf{S}=(1+\cos\theta)\mathbf{k}$ dans le référentiel cartésien attaché à l'objet (figure 22). Le lecteur pourra vérifier que pour chaque zéro de la modulation, l'amplitude de vibration s'exprime selon :

$$u_z(x,y)=\frac{\lambda}{2\pi}\frac{1}{1+\cos\theta}\,\omega_n(x,y)$$

La figure 26 montre les lignes de contours extraites de la détection de contour des phases de la figure 25. Ces lignes sont interprétées comme des lignes de niveaux de l'amplitude de déplacement. L'amplitude des déplacements en fonction du n^{ième} passage par 0 est donnée tableau 2.

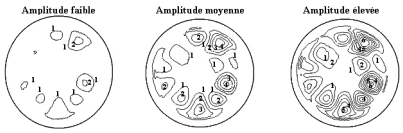


Figure 26 : Lignes de contours correspondant au nième passage par 0

n	ω_n(rad)	u_z (µm)
1	2,4	0,13
2	5,52	0,3
3	8,65	0,47
4	11,79	0,64
5	14,93	0,81
6	18,07	0,99

Tableau 2 : Correspondance entre le nombre de passage par 0 et l'amplitude de déplacement pour un angle d'observation de 35°

Les passages par 0 sont numérotés de 1 à 6 sur les lignes de niveaux représentées figure 25. Le lecteur notera que les lignes de contours de l'amplitude élevée de la figure 25 ne peuvent être extraites facilement depuis l'image directement calculée dans l'ordre +1 représentée figure 23, ceci en raison du faible contraste. Cependant, ce problème est résolu en considérant la phase des passages par 0 de la fonction de Bessel et ceci montre tout l'intérêt de cette technique lorsque les franges sont très serrées.

6. Comparaison numérique/analogique

La figure 27 montre les images de la reconstruction du haut parleur par holographie analogique. Afin que le lecteur puisse mieux apprécier la correspondance entre les deux méthodes de restitution numérique et analogique en temps moyenné, les images de la restitution numérique dans l'ordre +1 sont également représentées. Remarquons la très bonne concordance entre les franges analogiques et numériques. Cependant la différence de résolution entre l'holographie classique et l'holographie analogique est remarquable. Le support d'enregistrement analogique est composé de gélatine dichromatique avec une résolution de 5000 mm^{-1} avec des grains de 15 nm pour une sensibilité de 85µJ/cm^2. Les dimensions de la plaque sont 10,16 x 12,7 cm^2. La résolution est donc jusqu'à 20 fois meilleure, dans la plus grande dimension, en holographie analogique. Les conditions d'éclairage de l'objet sont identiques à celles du dispositif d'holographie numérique. Les légères différences entre les images de franges viennent de l'hygrométrie et la température qui ne sont pas rigoureusement identiques lors des enregistrements en numérique et analogique.

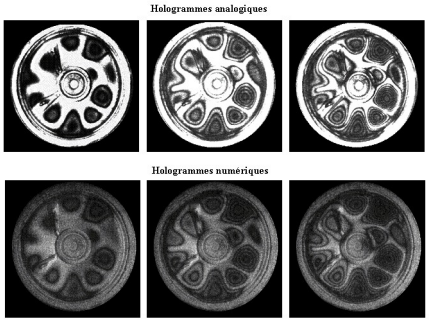


Figure 27 : Comparaison entre temps moyenné analogique et temps moyenné numérique pour différentes amplitudes de vibration d'un haut parleur excité à 3700Hz

Les images obtenues en holographie classique correspondent au module carré du champ diffracté dans l'ordre +1, ce n'est pas le cas en holographie numérique étant donné que le calcul donne accès à l'image complexe. C'est pourquoi, l'extraction de la phase de passages par 0 est impossible en holographie analogique, mais ceci est compensé par une résolution nettement supérieure.

G. Vibrométrie holographique numérique

Nous constatons que l'holographie par temps moyenné ne donne pas d'information sur la phase mécanique $\varphi_0(x,y)$, c'est-à-dire que nous ne sommes pas en mesure de connaître simplement le sens relatif des déplacements entre deux zones de vibrations, l'intégration temporelle exclut l'information sur le signe de l'amplitude de déplacement. Ce paragraphe introduit la vibrométrie holographique numérique qui permet de reconstruire l'amplitude et la phase de la vibration [[16] , [17]].

1. Aspect théorique

La reconstruction en amplitude et phase d'une vibration nécessite de traiter la phase optique d'un hologramme numérique. En effet, reprenons l'expression de l'objet reconstruit dans le cas du temps moyenné. Nous avions vu que son expression est donnée par

$$\begin{aligned} A_R^{+1}(x,y,-d_0) = \lambda^2 d_0^2 \exp\left(-j\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right)\right) R^*(x,y)\, A(x,y) \\ \times \int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \exp\left(j\Delta\varphi_0(x,y)\sin(\omega_0 t+\varphi_0(x,y))\right) dt \\ * \tilde{W}_{NM}(x,y,-d_0) * \delta\left(x-\lambda d_0 u_R,\, y-\lambda d_0 v_R\right) \end{aligned}$$

Désormais, considérons que le temps de pose ou que la durée de l'éclairage est très inférieure à la période de vibration, c'est à dire que nous avons

$$\frac{\Delta t}{T_0} < \frac{1}{\Delta\varphi_0}$$

La justification de cette inégalité ne sera pas abordée dans ce fascicule. Pour toute information complémentaire, le lecteur se reportera à la référence [[16]]. Dans ces conditions d'enregistrement, nous avons

$$\int_{t_1}^{t_1+\Delta t} \exp\left(j\Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t+\varphi_0)\right) dt = \Delta t \exp\left(j\Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_1+\varphi_0)\right)$$

Ainsi, la phase extraite de chaque hologramme à chaque instant d'enregistrement t_n code l'amplitude et la phase vibratoire selon l'expression :

$$\begin{aligned} \arg\left(A_R^{+1}(x,y,-d_0,t_n)\right) = -\pi\lambda d_0\left(u_R^2+v_R^2\right) - 2\pi(u_R x + v_R y) \\ + \psi_0(x,y) + \Delta\varphi_0(x,y)\sin(\omega_0 t_n + \varphi_0(x,y)) \end{aligned}$$

Nous conserverons l'expression suivante, qui néglige les termes sans importance :

$$\psi_n = \psi_0 + \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_n + \varphi_0)$$

Cette équation contient 3 inconnues $\{\psi_0, \Delta\varphi_0, \varphi_0\}$ dont deux sont liées à la vibration étudiée. Il faut donc au moins 3 équations pour la résoudre. La méthode retenue consiste à enregistrer au moins 3 hologrammes numériques avec un déphasage par rapport à l'excitation. On constate que l'on peut augmenter le nombre d'hologrammes pour sur-déterminer le système et apporter de la robustesse à l'estimation des 3 inconnues. Le lecteur remarquera que cette méthode serait extrêmement lourde à mettre en place avec un banc d'holographie analogique car il faudrait développer une architecture à double faisceau de référence. L'holographie numérique est donc le meilleur candidat pour la vibrométrie plein champ même si l'analyse doit perdre en résolution spatiale.

Considérons l'enregistrement d'un nombre pair d'hologrammes déphasés par rapport à l'excitation, 8 par

exemple. Les 8 phases des hologrammes codent les informations suivantes :

$$\psi_n = \psi_0 + \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0 + \phi_n) \quad \mathrm{mod}(2\pi) \quad n \in [1,8]$$

où on choisira $\phi_n = (n-1)2\pi/8$ et où t_0 est l'instant auquel on commence l'enregistrement. Développons les expressions sous la forme

$$\psi_n = \psi_0 + \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0)\cos(\phi_n) + \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)\sin(\phi_n)$$

On peut former des différences de phase :

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_1 = \psi_1 - \psi_5 = \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\cos(\phi_1) - \cos(\phi_5)] \\ + \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\sin(\phi_1) - \sin(\phi_5)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_2 = \psi_2 - \psi_6 = \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\cos(\phi_2) - \cos(\phi_6)] \\ + \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\sin(\phi_2) - \sin(\phi_6)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_3 = \psi_3 - \psi_7 = \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\cos(\phi_3) - \cos(\phi_7)] \\ + \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\sin(\phi_3) - \sin(\phi_7)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\Psi_4 = \psi_4 - \psi_8 = \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\cos(\phi_4) - \cos(\phi_8)] \\ + \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)[\sin(\phi_4) - \sin(\phi_8)]\end{aligned}$$

Ces différences sont estimées $\mathrm{mod}(2\pi)$ et il est donc nécessaire d'effectuer un déroulement de phase pour en extraire l'amplitude et la phase mécanique. Après déroulement de phase, les différences s'expriment sous la forme

$$\Delta\Psi_i = a_i \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0) + b_i \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0) \quad i \in [1,4]$$

soit aussi

$$\Delta\Psi_i = a_i \alpha + b_i \beta$$

avec

$$\begin{aligned}\alpha &= \Delta\varphi_0 \sin(\omega_0 t_0 + \varphi_0) \\ \beta &= \Delta\varphi_0 \cos(\omega_0 t_0 + \varphi_0)\end{aligned}$$

$$a_1 = \cos(\phi_1) - \cos(\phi_5) \qquad b_1 = \sin(\phi_1) - \sin(\phi_5)$$

$$a_2 = \cos(\phi_2) - \cos(\phi_6) \qquad b_2 = \sin(\phi_2) - \sin(\phi_6)$$

$$a_3 = \cos(\phi_3) - \cos(\phi_7) \qquad b_2 = \sin(\phi_3) - \sin(\phi_7)$$

$$a_4 = \cos(\phi_4) - \cos(\phi_8) \qquad b_2 = \sin(\phi_4) - \sin(\phi_8)$$

Au sens des moindres carrés, les données $\Delta\psi_i$ doivent minimiser le critère de proximité suivant :

$$\epsilon=\sum_{i=1}^{i=4}[\Delta\Psi_i-a_i\alpha-b_i\beta]^2$$

dont les dérivées devront être nulles :

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial\alpha}=\frac{\partial\varepsilon}{\partial\beta}=0$$

Ceci conduit à un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues. Nous avons :

$$\sum_{i=1}^{i=4}a_i^2\alpha+a_ib_i\beta=\sum_{i=1}^{i=4}a_i\Delta\Psi_i$$
$$\sum_{i=1}^{i=4}a_ib_i\alpha+b_i^2\beta=\sum_{i=1}^{i=4}b_i\Delta\Psi_i$$

soit aussi

$$A(a_i,b_i)X=B(\Delta\Psi_i,a_i,b_i)$$

où

$$A(a_i,b_i)=\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{i=4}a_i^2 & \sum_{i=1}^{i=4}a_ib_i\\ \sum_{i=1}^{i=4}a_ib_i & \sum_{i=1}^{i=4}b_i^2\end{pmatrix}$$

$$X=\begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$$

$$B(\Delta\Psi_i,a_i,b_i)=\begin{pmatrix}\sum_{i=1}^{i=4}a_i\Delta\Psi_i\\ \sum_{i=1}^{i=4}b_i\Delta\Psi_i\end{pmatrix}$$

L'inversion donne

$$X=A^{-1}(a_i,b_i)B(\Delta\Psi_i,a_i,b_i)$$

La matrice $A^{-1}(a_i, b_i)$ peut être estimée numériquement à partir de la connaissance des retards $\Delta T_n=\phi_n/\omega_0=(n-1)/8f_0$ pour chaque enregistrement. L'amplitude de la vibration mécanique est calculée avec la relation

$$\Delta\varphi_0=\sqrt{\alpha^2+\beta^2}$$

et la phase de la vibration mécanique est estimée par

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) - \omega_0 t_0$$

Le lecteur remarquera que le terme $\omega_0 t_0$ n'est qu'une constante à retrancher et qu'elle est sans signification physique puisque le calcul par arc tangente donne toujours un résultat à une constante près. Ce terme peut donc être omis dans le calcul.

2. Limites du procédé

La méthode fonctionnera si on peut s'assurer de la condition $\Delta t < 1/f_0 \Delta\varphi_0$. Par exemple, si l'amplitude de vibration est telle que la phase optique correspondante soit $\Delta\varphi_0$=20 rad pour une fréquence f_0=5000Hz alors il faut Δt<10µs. Il est donc nécessaire d'utiliser une source laser pulsée. Une autre contrainte vient du besoin d'enregistrer des hologrammes déphasés par rapport à l'excitation. Le dispositif expérimental devra être conçu tel qu'il permette une synchronisation entre les éléments électro-optique : laser, détecteur, excitation de l'objet.

3. Dispositif expérimental

Un dispositif expérimental typique est représenté sur la figure 28.

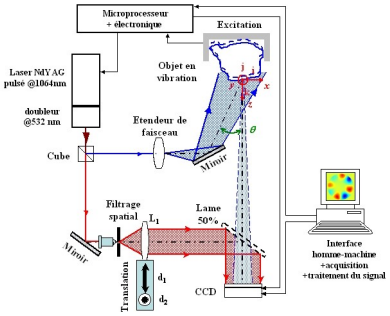


Figure 28 : Vibromètre holographique numérique plein champ

Le laser est une source NdYAG pulsé et doublée. La durée des impulsions en sortie du laser est de l'ordre de 20 ns, leur longueur d'onde de 532 nm et leur énergie peut atteindre 500 mJ. Le milieu amplificateur du laser est un barreau de NdYAG constitué d'une matrice de YAG dopée avec des ions néodymes. Le pompage du barreau est assuré par une lampe flash entourée d'un diffuseur de façon à optimiser l'inversion de population. Le déclenchement du laser est réalisé par une cellule de Pockels intracavité. Ce module sert d'interrupteur optique. Lorsque la cellule de pockels est déclenchée, celle-ci se comporte comme une lame quart d'onde autorisant ainsi le processus d'amplification du laser par aller-retour des trains d'ondes laser entre les deux miroirs de la cavité. La cellule de Pockels est généralement commutée par l'application d'une tension de l'ordre de 3 kV. Les impulsions sont émises à une longueur d'onde de 1064 nm puis leur fréquence optique est doublée par un cristal de KDP placé en sortie de cavité, ainsi sont émis des trains d'impulsions de longueur d'onde 532 nm. Le déclenchement du laser est piloté via :

- le **déclenchement de la lampe flash** ; généralement la cadence de la lampe flash ne peut excéder 60 Hz et elle peut être de quelques Hz, ceci dépendant de l'énergie fournie par le laser,
- le **pilotage de la cellule de Pockels** ; la cellule de Pockels est reliée à un interrupteur haute tension, ce dernier applique une haute tension aux bornes de la cellule lorsqu'il est commandé par une impulsion électrique,
- la cellule de Pockels doit commuter avec un retard bien déterminé par rapport au signal de pompage du flash.

Le dispositif de commande du laser utilise un capteur placé sur l'objet (microphone ou accéléromètre) ou bien

un signal de référence fourni par le système d'excitation. Ainsi, on dispose d'un signal électrique représentatif de la vibration de l'objet et qui servira à générer les hologrammes déphasés.

Le mode d'acquisition est fondé sur le régime stroboscopique : l'instant de référence étant choisi, on décale le tir laser de $n\Delta T+k'/f_0$. Le coefficient entier k' indique le nombre de périodes d'oscillation avant le prochain tir laser et le coefficient entier n donne l'incrément de temps entre le $n^{ième}$ tir laser et le premier tir. Ainsi, il est possible de balayer finement une période d'oscillation de l'objet par pas temporel de ΔT en effectuant des tirs laser incrémentés d'un décalage temporel ΔT relatif à la vibration sur différentes périodes d'excitation. La figure 29 illustre le principe du tir laser stroboscopique.

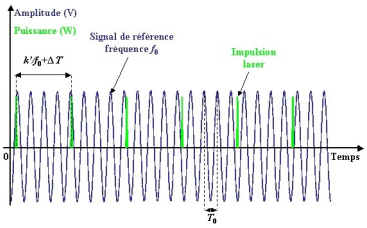


Figure 29 : Principe du tir laser stroboscopique

Le coefficient k' dépend des paramètres d'acquisition :

- la fréquence de capture maximale de la caméra CCD
- la gamme fréquentielle du déclenchement du pompage du laser
- la fréquence fondamentale de l'excitation objet (f_0)
- de l'incrément temporel ΔT.

Le pilotage du laser peut être paramétré via une interface homme-machine qui permet de programmer les séquences de tir laser.

4. Applications

La méthode est dédiée à l'analyse des vibrations d'objets de toute sorte, soit en régime d'oscillation forcée où le laser pilote l'excitation soit en régime d'auto-oscillation où c'est un signal issu de l'objet qui pilotera le laser et les acquisitions.

5. Illustration

La méthode est illustrée dans le cas de l'étude du comportement vibratoire d'une anche de clarinette en régime d'oscillation forcée. L'anche est excitée par un haut parleur qui fournit un signal de référence servant à piloter le laser et l'acquisition des hologrammes. La procédure est appliquée avec 8 hologrammes pour les fréquences f_0=5400 Hz et f_0=6000 Hz . La figure 30 montre les 4 différences de phases $\Delta\psi_i \bmod 2\pi$ obtenues par soustraction des phases brutes des 8 hologrammes pour f_0=5400 Hz . La figure 31 montre les phases déroulée, les figures 32 et 33 montrent l'amplitude et la phase vibratoire calculée à partir de ces résultats.

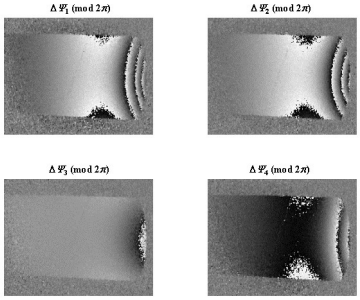


Figure 30 : Différences de phases

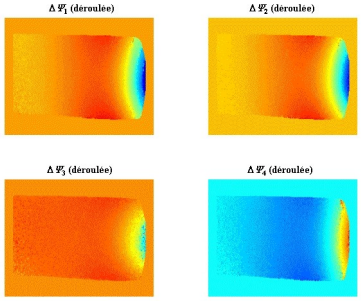


Figure 31 : Différences de phases déroulée

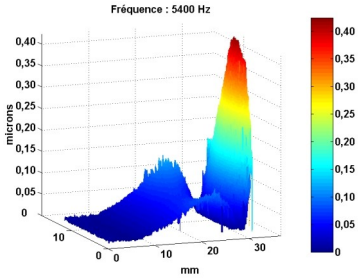


Figure 32 : Amplitude de la vibration

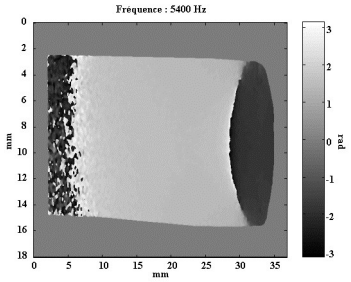


Figure 33 : Phase de la vibration

La figure 34 est une animation qui illustre la vibration de l'anche à 5400 Hz.
La figure 35 est une animation qui illustre la vibration de l'anche à 6000 Hz.

* *

*

Ce cours nous a permis de présenter les différentes techniques holographiques mettant à profit les propriétés

remarquables de l'holographie. Les techniques de temps moyenné sont des outils puissants et simples pour étudier les vibrations de structures. Cependant, elles ne conservent pas la phase vibratoire et le développement de la vibrométrie holographique numérique permet de déterminer simultanément l'amplitude et la phase de la vibration. On retiendra que les techniques holographiques numériques sont plutôt dédiées aux petits objets en raison de la baisse de résolution inhérente à la technologie. Certaines méthodes complémentaires n'ont pas été abordées dans ce fascicule telles que celles basées sur la modulation sinusoïdale de l'onde de référence [[20]]. Le lecteur est invité à consulter la bibliographie correspondante. Les méthodes d'interférométrie holographique ont fait l'objet de nombreux développements et applications ces dernières années. Ce cours a illustré les potentialités des méthodes. Le lecteur intéressé par une bibliographie exhaustive sur ce sujet est invité à consulter les ouvrages [[1] , [2]],

Etude de cas et exercices

II

Préliminaires	103
Exercice auto correctif	104

Cette étude de cas est destinée à illustrer la mesure de déformée sous contrainte mécanique par holographie analogique. Ce document est constitué essentiellement de questions/réponses. Il constitue donc également la partie exercice de ce cours sur les « Applications à la mesure sans contact et aux CND optiques ».

A. Préliminaires

On se propose d'étudier la flexion d'une poutre cantilever, en acier Dural (module d'Young $E=7000daN.mm^{-2}$, masse volumique $\varrho=2500kg.m^{-3}$), d'albédo $\varrho_d=0,2$ de taille $L\times h\times e=150$ mm×5mm×25mm, lorsqu'une force est appliquée à son extrémité. La méthode retenue est l'interférométrie holographique par double exposition à faisceau de référence unique. Le montage mis en place est présenté sur la figure 36.

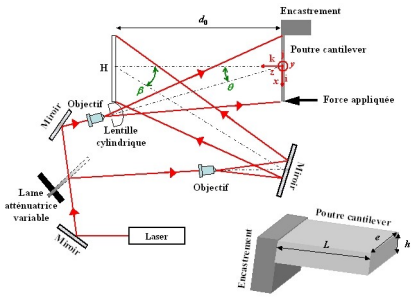


Figure 36: Étude de la poutre cantilever par holographie

Pour éclairer la poutre et former le faisceau de référence, on utilise deux objectifs de microscope. Une lentille cylindrique placée sur le trajet objet permet d'adapter la géométrie de l'éclairage à celle de la poutre. Le faisceau de référence est séparé du faisceau d'éclairage par l'intermédiaire d'une lame séparatrice à transmission/réflexion variable.

Le laser utilisé est un laser hélium-néon continu ($\lambda=632,8nm$) de puissance $P_0=30mW$. Un obturateur variable permet de régler le temps de pose de l'hologramme. Un atténuateur variable, constitué par une lame de densité variable, permet d'ajuster les niveaux d'éclairement fournis par les faisceaux objet et référence. Le dispositif est tel que $\theta=30°$ et $\beta=45°$. Le support photosensible utilisé pour enregistrer l'hologramme est une émulsion photographique de résolution 3000 mm^{-1}. Le faisceau référence couvre entièrement le support photosensible argentique de surface $10,16x12,7cm^2$. Le support photosensible est placé à $d_0=1m$ de la poutre.

B. Exercice auto correctif

Répondre aux questions suivantes.

Question 1

[*Solution n°1 p 41*]

Décrire la démarche à suivre pour mettre en évidence des franges d'interférences caractéristiques de la déformée de la poutre entre deux états. Faire un schéma du montage de restitution qui permettra d'observer les franges.

Question 2

[*Solution n°2 p 41*]

La résolution de la plaque est-elle suffisante ? Jusqu'à quel angle moyen entre faisceau référence et objet l'expérience peut elle fonctionner ?

Question 3

[*Solution n°3 p 42*]

A l'aide de la courbe de sensibilité de la figure 39, déterminer les densités d'énergie W_0 et ΔW telles que l'enregistrement des franges d'interférences soit effectué dans la partie linéaire de la courbe $t=f(W)$. On notera W_0 la sensibilité moyenne et ΔW l'excursion tolérée de part et d'autre de W_0.

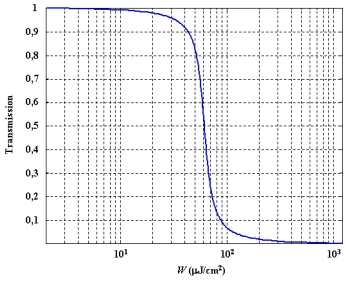


Figure 39 : Courbe de sensibilité de l'émulsion

Question 4

[*Solution n°4 p 42*]

En notant a_O et a_R les amplitudes des faisceaux objet et référence au niveau de la plaque holographique, déterminer le rapport a_O/a_R en fonction de W_0 et ΔW pour assurer un enregistrement des franges dans la zone $[W_0-\Delta W, W_0+\Delta W]$. En déduire le rapport des éclairements des faisceaux objet et référence E_R/E_O. Discuter du temps d'exposition de la plaque. Déterminer la densité optique que doit donner l'utilisateur à la lame de densité variable.

On pourra supposer que la puissance fournie par le laser est répartie d'une part entièrement sur la poutre grâce à la lentille cylindrique, et d'autre part entièrement sur la plaque holographique pour le trajet référence.

Question 5

[*Solution n°5 p 44*]

En considérant les notations de la figure 36, exprimer la différence de phase optique entre les deux expositions. En déduire l'expression de l'interfrange des lignes d'isodéplacement de la poutre.

Question 6

[*Solution n°6 p 45*]

On enregistre l'interférogramme double exposition de la poutre en le photographiant avec la caméra lors de l'étape de reconstruction numérique. La figure de franges obtenue est présentée sur la figure 41.

Que dire de la façon dont a été appliquée la force ?

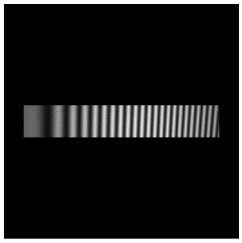


Figure 41: Franges d'interférences sur la poutre en double exposition

Le profil des franges suivant la direction horizontale passante par le centre de la poutre est représenté sur la figure 42.

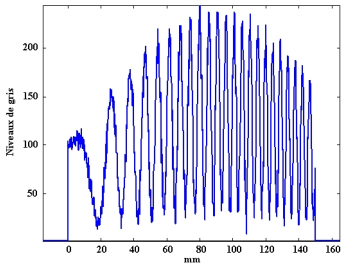


Figure 42 : Profil des franges

La position x=0 est repérée par rapport à l'encastrement de la poutre.

On procède de la façon suivante pour obtenir une information quantitative sur la déformée de la poutre :

- on détermine les abscisses des franges noires qui correspondent aux minimum de la courbe de profil
- on calcule les différences de marche correspondant aux franges noires
- on en déduit les cotes de la déformée et la flexion de la poutre à son extrémité

Afin de déterminer précisément les abscisses des franges noires, il est appliqué un traitement numérique au profil : on calcule le logarithme du profil et on applique ensuite un filtre passe bas moyenne glissante de 7 points afin de lisser les fluctuations. On met ainsi plus facilement en évidence les minimums des franges sombres.

Le profil après traitement est représenté sur la figure 43.

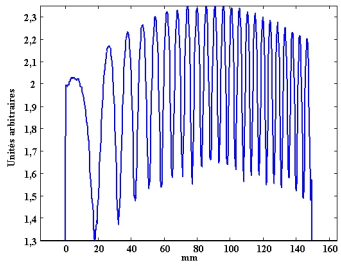


Figure 43 : Profil après traitement

En appliquant la méthode décrite ci dessus, déterminer les cotes et le tracé de la déformée.

Question 7

[*Solution n°7 p 47*]

Quelle est la valeur de la force appliquée à l'extrémité de la poutre ?

Question 8

[*Solution n°8 p 48*]

En pratique, comment estimer le temps de pose de l'hologramme ?

Solution des exercices de TD

> Solution n°1 *(exercice p. 38)*

La démarche à suivre pour mettre en évidence des franges d'interférences caractéristiques de la déformée de la poutre entre deux états est la suivante :

- on enregistre un premier hologramme de la poutre dans la position de repos (état 1 : pas de force appliquée)
- on applique la force sans toucher au montage
- on enregistre le second hologramme après application de la force sur la même plaque sensible (état 2)

Le schéma du montage de reconstruction par diffraction laser qui permettra d'observer les franges est présenté figure 37.

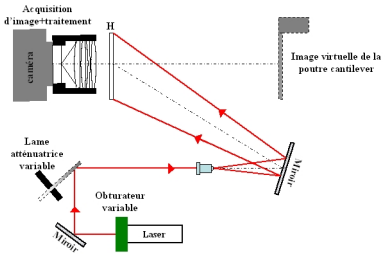


Figure 37 : Reconstruction par diffraction laser

A la restitution par éclairage de l'hologramme avec le laser seul, on observe sur l'image de la poutre un réseau de franges d'interférences qui caractérise la flexion de la poutre. Une caméra permet d'enregistrer l'image interférométrique observée dans l'ordre +1. Le dépouillement du réseau de franges permettra de connaître quantitativement la déformée de la poutre.

> Solution n°2 *(exercice p. 38)*

Localement, l'interfrange des franges d'interférences générées par deux ondes planes monochromatiques faisant entre elles un angle β est donné par la relation (voir figure 38) :

$$i = \frac{\lambda}{2\sin\left(\frac{\beta}{2}\right)}$$

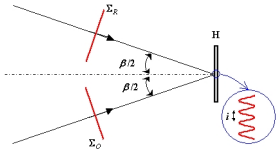


Figure 38 : Interfrange

Pour λ=632,8nm et β =45° on obtient i=0,826µm ce qui correspond à une fréquence spatiale de $1/0{,}826\times10^{-3}=1210$ mm^{-1} . Pour respecter le critère de Shannon, il faut au moins une résolution de 2×1210mm$^{-1}=2430$ mm^{-1}. Comme la résolution de la plaque est de 3000mm^{-1}, elle est suffisante.

L'angle limite est obtenu pour un interfrange de fréquence spatiale 3000/2 mm^{-1}=1500 mm^{-1}, soit i=1/1500=0,666µm. On en déduit

$$\beta=2\arcsin\left(\frac{\lambda}{2i}\right)=2\arcsin\left(\frac{0{,}6328}{2\times0{,}666}\right)=56{,}73\,°$$

L'angle limite d'incidence sur l'hologramme est de 56,73°.

> Solution n°3 *(exercice p. 38)*

La figure 40 indique le repérage des valeurs à prendre en compte.

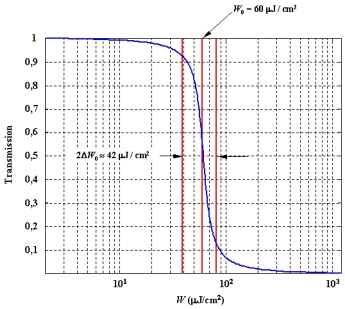


Figure 40: Détermination des sensibilités

D'après la figure 40, on estime W_0=60µJ/cm² et Δ W≈21µJ/cm² .

> Solution n°4 *(exercice p. 38)*

Pour répondre à cette question, évaluons les éclairements lumineux au niveau de l'hologramme pour les faisceaux objet et référence.

On note R et T les facteurs respectivement de réflexion et de transmission énergétiques de la lame séparatrice variable. On note P_O et P_R les puissances laser après la lame séparatrice respectivement sur les faisceaux objet et référence. On a R+T=1, $P_O=TP_0$ et $P_R=RP_0$.

L'éclairement laser au niveau de la poutre est donné par $E_P=P_O/S_P$ où S_P =L×e=15cm×2,5cm=37,5cm² est la surface éclairée de la poutre. Compte tenu que la poutre est naturellement diffusante, nous supposerons qu'elle se comporte comme un diffuseur lambertien de sorte que sa luminance apparente est donnée par $L_p=\rho_d E_p/\pi=\rho_d P_O/\pi S_p$. Ainsi le flux ré-émis depuis la poutre vers le support holographique est donné par

$$\Phi_O=L_p G=\frac{\rho_d T P_0}{\pi S_p}\times\frac{S_p S_H}{d_0^2}$$

où S_H=10,16×12,7cm² est la surface de la plaque holographique et $G=S_p S_H/d_0^2$ est l'étendue géométrique

poutre-plaque.
Ainsi, l'éclairement produit par le faisceau objet au niveau de la plaque holographique est donné par

$$E_O = \frac{\Phi_O}{S_H} = \frac{\rho_d T P_0}{\pi d_0^2}$$

L'éclairement laser fourni au niveau de la plaque par le trajet référence est simplement

$$E_R = \frac{R P_0}{S_H}$$

Après intégration pendant un temps de pose Δt, le signal interférométrique au niveau de la plaque est de la forme

$$H = \Delta t (a_R^2 + a_O^2) + 2 \Delta t a_R a_O \cos(\varphi)$$

Pour que l'enregistrement soit effectué dans la zone linéaire de la courbe de sensibilité, on doit avoir

$$W_0 = \Delta t (E_R + E_O)$$

$$\Delta W = 2 \Delta t \sqrt{E_R E_O}$$

Le rapport $\Delta W/W_0$ conduit à

$$\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{2 a_R a_O}{a_R^2 + a_O^2}$$

soit

$$\left(\frac{\Delta W}{W_0}\right) a_R^2 - 2 a_R a_O + \left(\frac{\Delta W}{W_0}\right) a_O^2 = 0$$

En cherchant $a_R = f(a_O)$, la résolution donne,

$$\frac{a_R}{a_O} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta W}{W_0}\right)^2}}{\left(\frac{\Delta W}{W_0}\right)}$$

Compte tenu que $\frac{\Delta W}{W_0} = \frac{21}{60} = 0{,}3525$, cela conduit aux rapports $\frac{a_R}{a_O} \approx 5{,}5$ et $\frac{a_R}{a_O} \approx 0{,}18$. On on déduit donc les deux valeurs possibles pour le rapport des éclairements

$$\frac{E_R}{E_O} = \frac{a_R^2}{a_O^2} \approx 30$$

$$\frac{E_R}{E_O} \approx 0{,}032$$

Avec les expressions des éclairements, nous avons

$$\frac{a_R}{a_O}=\sqrt{\frac{\pi R d_0^2}{\rho_d T S_H}}$$

La première valeur du rapport (30) conduit à

$$\frac{R}{T}=30\frac{\rho_d S_H}{\pi d_0^2}=30\frac{0{,}2\times 129{,}16}{\pi 100^2}\approx 0{,}025$$

Puisque R+T=1, on calcule T=1/1,0246=0,975 et R=0,024 . Dans cette configuration, le temps d'exposition est donné par Δ t=W_0/(E_R+E_O). Le calcul numérique conduit à

$$E_R+E_O=\left(\frac{\rho_d T}{\pi d_0^2}+\frac{R}{S_H}\right)P_0=\left(\frac{0{,}2\times 0{,}975}{\pi 100^2}+\frac{0{,}024}{129{,}16}\right)30000=5{,}76\ \mu\,\mathrm{W/cm^2}$$

et on en déduit le temps de pose

$$\Delta t=\frac{60}{5{,}76}=10{,}4\ \mathrm{s}$$

La seconde valeur du rapport (0,032) conduit à

$$\frac{R}{T}=2{,}63\times 10^{-5}$$

On trouve T=0,99997 et R≈2,6×10^{-5}. Dans cette configuration, le calcul numérique conduit à

$$E_R+E_O\approx\frac{\rho_d T}{\pi d_0^2}P_0=0{,}19\ \mu\,\mathrm{W/cm^2}$$

et on en déduit la seconde valeur du temps de pose

$$\Delta t=315\ \mathrm{s}$$

Des deux temps de pose trouvés, on choisira le plus court pour s'affranchir au maximum des problèmes posés par les turbulences de l'environnement. Il faut donc choisir Δt=10,4s. La densité optique de la lame séparatrice variable est D=-log(T)=0,01. Le lecteur notera que l'onde de référence peut être générée avec simplement la réflexion vitreuse du faisceau laser sur une lame de verre ; on a aussi intérêt à ce que le rapport E_R /E_O soit grand pour minimiser le temps de pose de l'hologramme.

> Solution n°5 *(exercice p. 38)*

La différence de phase entre les deux poses est donnée par

$$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\mathbf{U}.\mathbf{S}$$

où $\mathbf{U}$ est le vecteur déplacement de la poutre entre les deux poses. Compte tenu que la poutre est encastrée et que son déplacement est faible, on a $\mathbf{U}\approx u_z\mathbf{k}$. Le bilan des vecteurs éclairage et observation est

$$\mathbf{K_e} = -\sin\theta\,\mathbf{i} - \cos\theta\,\mathbf{k}$$

$$\mathbf{K_o} = \mathbf{k}$$

Le vecteur sensibilité est

$$\mathbf{S} = \mathbf{K_e} - \mathbf{K_o} = -\sin\theta\,\mathbf{i} - (1+\cos\theta)\,\mathbf{k}$$

D'où

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}(1+\cos\theta)u_z$$

Remarque

Le signe négatif de cette expression indique que pour un déplacement positif dans le sens du vecteur k, la variation de phase entre les deux états sera négative ceci est cohérent avec les notations choisies sur la figure 36 puisque le chemin optique source-objet-détecteur diminue lorsque la poutre est mise en contrainte (son bord se rapproche de la plaque).

Remarque

Le vecteur éclairage considéré dans le calcul est un vecteur éclairage moyen, c'est à dire qu'il correspond à la direction d'éclairage du faisceau moyen d'illumination de l'objet ; cependant, sur le schéma le faisceau d'éclairage est divergent, le vecteur sensibilité dépend donc du point considéré sur l'objet ; en toute rigueur ce vecteur varie dans le champ de mesure et il faudrait logiquement en tenir compte en l'étalonnant.

L'interfrange des lignes d'isodéplacement de la poutre est obtenu pour une variation de phase de 2π entre deux franges consécutives de même nature (brillantes ou sombres). Notons Δu_z cet interfrange.
Nous avons

$$\Delta\varphi_k = -\frac{2\pi}{\lambda}(1+\cos\theta)u_z = 2k\pi$$

$$\Delta\varphi_{k-1} = -\frac{2\pi}{\lambda}(1+\cos\theta)(u_z+\Delta u_z) = 2(k-1)\pi$$

D'où

$$\Delta u_z = \frac{\lambda}{1+\cos\theta}$$

L'application numérique donne Δu_z =0,6328/(1+cos30)=0,339µm

> Solution n°6 *(exercice p. 38)*

En observant l'interférogramme, on constate que les franges du bout de la poutre sont légèrement inclinées par rapport à la direction verticale. En toute rigueur, la poutre fléchissant, les franges doivent rester parallèles à la direction verticale. Comme elle ne le sont pas parfaitement on peut en déduire que la force n'a pas été appliquée sur l'axe central de la poutre mais qu'elle a été appliquée avec un léger excentrement. On constate que la sensibilité de la méthode interférométrique permet de vérifier que l'essai mécanique a été correctement réalisé.

Sur la figure 44, on pointe les franges noires et leur abscisse. On compte 23 franges noires à partir de l'encastrement. En x=0, la franges est brillante et la déformée est nulle à l'encastrement. Entre la frange brillante en 0 et la première frange noire la différence de marche est de $\Delta u_z/2=0{,}169\mu m$, puis entre chaque frange noire elle est de $\Delta u_z=0{,}339\mu m$.

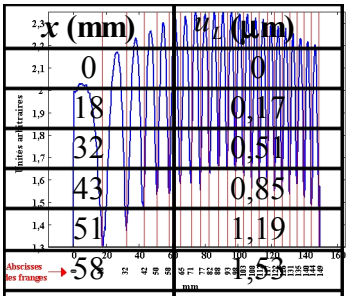
Le pointage des franges est indiqué dans le tableau 3.

n° frange	*x* (mm)
0	0
1	18
2	32
3	43
4	51
5	58
6	65
7	72
8	77
9	83
10	88
11	94
12	99
13	103
14	108
15	113
16	118
17	122
18	127
19	131
20	136
21	140
22	144
23	149

Tableau 3 : Correspondance numéro de frange noire / abscisse de la frange

On déduit des valeurs du tableau la déformée de la poutre (tableau 4) et son tracé donné sur la figure 45. La force est appliquée dans le sens positif, la déformée est donc de signe positif. La variation de phase n'a pas été évaluée mais son signe est négatif compte tenu de la remarque faite plus haut.

Avec les valeurs numériques, la déformation maximale est estimée à environ $u_z^{max}=7{,}63\ \mu\mathrm{m}$



x (mm)	u_z (µm)
0	0
18	0,17
32	0,51
43	0,85
51	1,19
58	1,52
65	1,87
72	2,2
77	2,54
83	2,88
88	3,22
94	3,56
99	3,9
103	4,24
108	4,58
113	4,92
118	5,26
122	5,6
127	5,93
131	6,27
136	6,61
140	6,95
144	7,29
149	7,63

Figure 44 : Pointage des franges noires

Tableau 4 : Correspondance abscisse de la frange / déplacement de la poutre

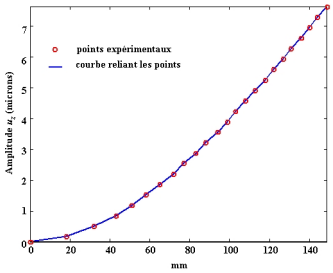


Figure 45 : Profil de la déformée de la poutre

> Solution n°7 *(exercice p. 39)*

La théorie des poutre donne l'expression de la flèche de la poutre en fonction de la force appliquée à son extrémité [[21]].

La déformée est donnée par la relation suivante :

$$u_z(x) = \frac{2\,F\,L^3}{E\,e\,h^3}\left(\frac{x}{L}\right)^2\left(3-\frac{x}{L}\right)$$

En bout de poutre x=L et u_z (L)=4FL ^{3}/Eeh^3. Comme $u_z(L)=u_z^{max}$, on trouve

$$F=\frac{E\,e\,h^3 u_z^{max}}{4\,L^3}=\frac{7000\times 25\times 5^3\times 7{,}63\times 10^{-3}}{4\times 150^3}=0{,}0125\ N$$

Remarque

Nous venons de déterminer que la force appliquée est de quelques milli Newton. Cette force a engendré un nombre de franges résolues sur la poutre (on en a compté 23) ; une force plus élevée aurait engendré des franges trop serrées pour être observées ; ainsi, pour que les méthodes d'interférométrie holographique soient applicables en mécanique expérimentale, il faut parfaitement contrôler l'amplitude de la force appliquée à la structure de façon à être capable d'analyser les franges numériquement en vue d'une quantification.

> Solution n°8 *(exercice p. 39)*

L'évaluation photométrique qui a été proposée est imparfaite car nous avons négligé les pertes dues aux éléments optiques et au fait que les faisceaux ne couvrent pas complètement les éléments optiques et mécaniques. Cependant cette évaluation reste réaliste car l'ordre de grandeur du temps de pose calculé est conforme à ce que l'on estime dans la pratique avec un montage et un laser équivalents. En pratique, on estimera directement le temps de pose à partir de la mesure des éclairements objet et référence au niveau de l'hologramme. La mise en oeuvre est simple : on utilise un **luxmètre** et on mesure alternativement l'éclairement donné par le faisceau référence puis l'éclairement donné par le faisceau objet. On vérifie que les deux valeurs sont dans le bon rapport qui est imposé par les caractéristiques du support d'enregistrement (dans cette étude de cas nous avions $E_R/E_O\approx 30$). Si les faisceaux ne sont pas dans le bon rapport, on peut les ajuster à l'aide de la lame séparatrice. Le réglage étant effectué, il faut convertir les valeurs d'éclairement données par l'appareil en lux en **unités énergétiques** en W.m^{-2}. Pour ce faire, il faut connaître le facteur de conversion à la longueur d'onde du laser. Enfin, on applique la relation $\Delta t=W_0/(E_R+E_O)$ pour estimer le temps de pose.

Bibliographie

[1] Holographie Industrielle

Smigielski Paul, Holographie Industrielle, *Teknéa*, Toulouse, 1994.

[2] Holographic Interferometry – Principles and Methods

Kreis Thomas, Holographic Interferometry – Principles and Methods, *Akademie Verlag*, Berlin, 1996.

[3] Principle of Optics

Born Max, Wolf Emil, Principle of Optics, *Pergamon Press*, New York, 1959.

[4] Holographic Interferometry

Bazergui A., Holographic Interferometry, *Ecole Polytechnique de Montréal*, Montréal, 1993.

[5] Interferometry With a Holographically Reconstructed Comparison Beam

Brooks R.E., Heflinger L.O., Wuerker R.F., Interferometry With a Holographically Reconstructed Comparison Beam (p.pp 248-249), Applied Physics Letters, 1965--, Vol. 7, .

[6] Dual and Multiple Beam Interferometry by Wavefront Reconstruction

Burch J.M., Ennos A.E., Wilton R.J., Dual and Multiple Beam Interferometry by Wavefront Reconstruction (p.pp 1015-1016), Nature, 1966--, Vol. 209, .

[7] Interferometric Measurements on Diffuse Surfaces by holographic Techniques

Haines K.A., Hildebrabd B.P., Interferometric Measurements on Diffuse Surfaces by holographic Techniques (p.pp 595-602), Applied Optics, 1966--, Vol. 5, .

[8] A Determination of the Optimum Beam Ratio to Produce Maximum Contrast Photographic Reconstructions from Double-Exposure Holographic Interferograms

Sollid J.E., Swint J.B., A Determination of the Optimum Beam Ratio to Produce Maximum Contrast Photographic Reconstructions from Double-Exposure Holographic Interferograms (p.pp 2717-2719), Applied Optics, 1970--, Vol. 9, .

[9] Holographic Interferometry Applied to Measurements of Small Static Displacement of Diffusely Reflecting Surfaces

Sollid J.E., Holographic Interferometry Applied to Measurements of Small Static Displacement of Diffusely Reflecting Surfaces (p.pp 1587-1595), Applied Optics, 1969--, Vol. 8, .

[10] Interferometric Analysis by Wavefront Reconstruction

Powell R.L., Stetson K.A., Interferometric Analysis by Wavefront Reconstruction (p.pp 1593-1598), Journal of the Optical Society of America, 1965--, Vol. 55, n° N°12, .

[11] Two-Reference-Beam Holographic Interferometry

Dandliker R., Marom E., Mottier F.M., Two-Reference-Beam Holographic Interferometry (p.pp 23-30), Journal of the Optical Society of America, 1976--, Vol. 66, .

[12] Fringe Interpolation by Two-Reference-Beam Holographic Interferometry : Reducing Sensitivity to Hologram

Misalignment

Dandliker R., Thalmann R., Willemin J.F., Fringe Interpolation by Two-Reference-Beam Holographic Interferometry : Reducing Sensitivity to Hologram Misalignment (p.pp 301-306), Optics Communications, 1982--, Vol. 42, .

[13] Time-Averaged Digital Holography

Picart P., Leval J., Mounier D., Gougeon S., Time-Averaged Digital Holography (p.pp 1900-1902), Optics Letters, 2003--, Vol. 28, n° N°20, .

[14] Some Opportunities for Vibration Analysis with Time-Averaging in Digital Fresnel Holography

Picart P., Leval J., Mounier D., Gougeon S., Some Opportunities for Vibration Analysis with Time-Averaging in Digital Fresnel Holography (p.pp 337-343), Applied Optics, 2005--, Vol. 44, n° N°3, .

[15] Dynamic Modal Characterization of Musical Instruments Using Digital Holography

Demoli N., Demoli I., Dynamic Modal Characterization of Musical Instruments Using Digital Holography (p.pp 4812-4817), Optics Express, 2005--, Vol. 13, .

[16] Time-Averaged In-Line Digital Holographic Interferometry for Vibration Analysis

Asundi A., Singh V.R., Time-Averaged In-Line Digital Holographic Interferometry for Vibration Analysis (p.pp 2391-2395), Applied Optics, 2006--, Vol. 45, .

[17] Full Field Vibrometry With Digital Fresnel Holography

Leval J., Picart P., Boileau J.-P., Pascal J.C., Full Field Vibrometry With Digital Fresnel Holography (p.pp 5763-5771), Applied Optics, 2005--, Vol. 44, n° N°27, .

[18] Pulsed Digital Holography Combined With Laser Vibrometry for 3D Measurements of Vibrating Objects

Pedrini G., Schedin S., Tiziani H.J., Pulsed Digital Holography Combined With Laser Vibrometry for 3D Measurements of Vibrating Objects (p.pp 117-129), Optics and Lasers in Engineering, 2002--, Vol. 38, .

[19] Phase Measurement Interferometry Techniques

Creath K., Phase Measurement Interferometry Techniques (p.pp 349-393), Progress in Optics, 1988--, Vol. XXVI, .

[20] Phase Evaluation Methods in Whole-Field Optical Measurement Techniques

Dorrio B.V., Fernandez J.L., Phase Evaluation Methods in Whole-Field Optical Measurement Techniques (p.pp 33-55), Measurement Science and Technology, 1999--, Vol. 10, .

[21] Use of Modulated Reference Wave in Electronic Speckle Pattern Interferometry

Lokberg O.J., Hogmoen K., Use of Modulated Reference Wave in Electronic Speckle Pattern Interferometry (p.pp 847-851), Journal of Physics E : Scientific Instruments, 1976--, Vol. 9, .